Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytetu Wrocławskiego

Konstruowanie generatora oddziaływań neutrin

Rozprawa doktorska

Jarosław Andrzej Nowak

Promotor: prof. dr hab. Jan Sobczyk

Wrocław 2006

Śp. Kazimierze Nowak - mojej mamie

*Składam serdeczne podziękowania
prof. Janowi Sobczykowi za wieloletnią
opiekę naukową, wsparcie i niezliczoną
liczbę inspirujących rad, dzięki którym
powstała niniejsza praca.*

*Gorące podziękowania składam również
polskiej grupie neutrinowej ICARUS,
a w szczególności paniom:
prof. Danucie Kiełczewskiej,
prof. Ewie Rondio,
prof. Joannie Stepaniak,
i prof. Agnieszce Zalewskiej
za dyskusje i uwagi, dzięki którym
zmieniłem swój pogląd na współczesną fizykę.*

*Za wiele intrygujących dyskusji i miłą
atmosferę wspólnej pracy dziękuję moim
kolegom dr. Cezaremu Juszczakowi,
dr. Krzysztofowi Graczykowi oraz
mgr. Arturowi Ankowskiemu.*

*Gorące podziękowania za wsparcie
i wieloletnią pomoc kieruję do mojej
rodziny: ojca - Jana Nowaka, rodzeństwa,
wujka - prof. Edwarda Gniewka
oraz mojej narzeczonej Agnieszki Hek.*

Spis treści

Rozdział 1.

Wstęp

Fizyka neutrin jest bardzo dynamicznie rozwijającą się częścią fizyki cząstek elementarnych. Rozwój ten w ostatnich latach był spowodowany pojawieniem się danych doświadczalnych, potwierdzających zjawisko oscylacji neutrin. Chociaż dotychczas zebrane dane z bardzo dużą pewnością potwierdziły obecność zjawiska oscylacji, to większość z nich mierzyła neutrina pochodzenia naturalnego. Doświadczenia, które zbierają aktualnie dane oraz te planowane są doświadczeniami ze sztucznie wytworzonymi wiązkami neutrin o wysokiej intensywności. Charakteryzują się one energią od $0.5 - 5\ GeV$ (K2K, MINOS, T2K, MiniBooNE), a wiązka CNGS zajmuje obszar energetyczny od $5 - 50\ GeV$. W tych doświadczeniach ważnym celem jest wyznaczenie parametrów macierzy mieszania i różnic mas neutrin jak też i dokładniejsze wyznaczenie przekrojów czynnych. W obszarze energii neutrin rzędu kilku GeV trzy wkłady do przekroju czynnego są równie ważne: rozpraszanie kwazielastyczne, produkcja pojedynczych pionów i rozpraszanie nieelastyczne. Istotne jest zbadanie relacji pomiędzy nimi, korzystając z informacji o strukturze nukleonu, parametryzacji form faktorów i modeli jądra atomowego.

Analiza danych w doświadczeniach cząstek elementarnych opiera się na porównywaniu obserwacji z wynikami symulacjami Monte Carlo. Jednym z takich eksperymentów jest ICARUS ulokowany w podziemnym laboratorium Gran Sasso (Włochy). ICARUS ma rejestrować neutrina produkowane w CERN-ie. Grupa ICARUS do symulowania zdarzeń posługuje się generatorem Monte Carlo NUX+FLUKA, którego wyniki symulacji zawodzą w obszarze energii neutrin rzędu kilku GeV. Pomimo wielu zalet generatora NUX, jego połączenie z FULKĄ nie opisuje w zadowalający sposób tego obszaru oddziaływania neutrin, ponieważ procesy produkcji pojedynczych pionów są opisywane bez udziału rezonansów i przekrój czynny jest przeszacowany. Celem mojej pracy było stworzenie generatora wykorzystującego najnowszą wiedzę teoretyczną na temat rożnych aspektów oddziaływań neutrin oraz poprawa generatora NUX.

Aby spełnić ten cel zastosowałem nowy model łączenia wkładów rezonansowego i DIS-owego w jednopionowych kanałach, gdzie NUX daje niepoprawne wyniki. Konieczne było opracowanie metody fragmentacji stanów końcowych w przypadku rozpraszania nieelastycznego. Podstawą tej metody jest model fragmentacji struny LUND [Mo02] i jego implementacja w generatorze PYTHIA6. Metoda fragmentacji nie jest uzależniona od zastosowanego generatora fragmentacji (PYTHIA6) i może być użyta z innym generatorem.

1.1 Eksperymenty neutrinowe

Neutrina są cząstkami elementarnymi, które w chwili zapostulowania ich istnienia przez W. Pauliego rozwiązywały ważne problemy w fizyce cząstek elementarnych: problem zachowania energii i pędu w rozpadzie β. Pierwsze doświadczalne obserwacje neutrin, ze względu na bardzo mały przekrój czynny, były trudne. Dopiero w 1956 roku Cowan i Reines udowodnili istnienie neutrin. W 1962 roku w doświadczeniach akceleratorowych pokazano, że istnieją różne zapachy neutrin. Teraz wiemy o istnieniu co najmniej trzech zapachów: elektronowym, mionowym i taonowym. Potwierdzenie pojawiających się hipotez o istnieniu kolejnych typów neutrin oznaczałoby zburzenie Modelu Standardowego.

Neutrina odkryto przez ich oddziaływanie przez prąd naładowany (CC), kiedy w stanie końcowym obserwuje się naładowany lepton. W 1973 w doświadczeniu Gargamelle w CERN-ie odkryto oddziaływanie neutrina bez naładowanego leptonu w stanie końcowym. Są to oddziaływania przez prąd neutralny (NC). Pomiary te dostarczyły pierwszych doświadczalnych dowodów na poprawność unifikacji oddziaływań elektromagnetycznych i słabych. W Modelu Standardowym neutrina oddziałują tylko słabo przez wymianę masywnych bozonów pośredniczących: $W^{\pm}$ i Z^0. W konwencjonalnym sformułowaniu Modelu Standardowego wszystkie rodzaje neutrin są cząstkami bezmasowymi. W znakomitej większości przypadków takie założenie jest wystarczające i obliczenia wykonane w ramach tego modelu są zgodne z doświadczeniem. Jednak z teoretycznego punktu widzenia brakowało uzasadnienia dla takiego założenia. W Modelu Standardowym jedynie foton i gluony są bezmasowe, co jest tłumaczone przez symetrię cechowania.

W 1958 B. Pontecovro zasugerował istnienie zjawiska oscylacji neurin. Ten pomysł wymagał założenia, że neutrina są cząstkami o różnych i niezerowych masach. Wtedy stany zapachowe są kombinacją stanów masowych neutrin i możliwy jest pomiar neutrina w innym stanie zapachowym niż zostało ono wytworzone. Różne masy neutrin są warunkiem koniecznym ale niewystarczającym aby zjawisko oscylacji zachodziło również niediagonalne elementy macierzy mieszania nie mogą się zerować. Wykrycie zjawiska oscylacji można uważać za definitywny dowód na istnienie masy neutrin. Pierwszym doświadczeniem, które interpretuje się jako sygnał potwierdzający hipotezę oscylacji neutrin, był eksperyment w Homestake, gdzie rejestrowano neutrina powstałe w Słońcu. Stosując metodę radiochemiczną zmierzono, że strumień neutrin elektronowych pochodzących ze Słońca jest około trzy razy mniejszy niż strumień przewidziany przez Standardowy Model Słońca *(SSM, ang. Standard Solar Model).* To zjawisko zwane *problemem neutrin słonecznych* zostało potwierdzone kolejno przez szereg doświadczeń: GALLEX, SAGE, Kamiokande, Super-Kamiokande oraz niedawno Sudbury Neutrino Observatory (SNO). Doświadczenie w SNO [SNO] potwierdziło niedobór neutrin elektronowych zarejestrowanych we wcześniejszych doświadczeniach. Poza potwierdzeniem dotychczasowych pomiarów, w SNO zaobserwowano procesy przez prąd neutralny (NC) i elastyczne rozpraszanie na elektronach, w których to procesach udział biorą wszystkie rodzaje neutrin. Dzięki temu pokazano, że Standardowy Model Słońca jest zgodny z całkowitym, obserwowanym strumieniem neutrin i wykryto obecność neutrin innych rodzajów niż elektronowe.

Problem neutrin słonecznych nie był jedynym argumentem na rzecz hipotezy istnienia zjawiska oscylacji neutrin. Jeszcze przed eksperymentem SNO, w doświadczeniach mierzących strumień neutrin atmosferycznych, zaobserwowano tzw. *anomalię neutrin atmosferycznych*. Neutrina atmosferyczne są cząstkami wtórnymi powstałymi w wyniku oddziaływania promieniowania kosmicznego z cząstkami atmosfery ziemskiej. W doświadczeniach mierzących neutrina atmosferyczne mierzy się stosunek strumienia neutrin mionowych do strumienia neutrin elektronowych ν_μ/ν_e. W doświadczeniach Kamiokande i IMB zaobserwowano, że zmierzony stosunek wynosi około 60% przewidywanego przez teorię. Te pomiary zostały potwierdzone przez wyniki doświadczeń: Sudan2, MACRO oraz Super-Kamiokande. Doświadczenie Super-Kamiokande dostarczyło dodatkowego przekonującego dowodu na zjawisko oscylacji neutrin dla neutrin atmosferycznych. Zaobserwowano asymetrię góra-dół, deficyt strumienia neutrin mionowych okazał się zależy od odległości jaką przebywają neutrina od miejsca powstania. Poza doświadczeniami z neutrinami słonecznymi i atmosferycznymi w doświadczeniu Kamland [KAM], mierzącym antyneutrina elektronowe pochodzące z reaktorów jądrowych, otrzymano niezależne potwierdzenie istnienia oscylacji, przy czym uzyskane wyniki okazały się zgodne z hipoteza, że dla neutrin słonecznych zachodzi tzw. efekt MSW, wzmocnienia zjawiska oscylacji wskutek propagacji neutrin przez materię.

Doświadczenie Kamland jest przykładem nowej generacji doświadczeń, które mają na celu badanie dobrze znanego strumienia neutrin, co pozwala ograniczyć błędy w wyznaczaniu parametrów oscylacji. Każde z tych doświadczeń ma ciekawy program fizyczny. Przykładem może być MiniBooNE, doświadczenie, które ma potwierdzić lub sfalsyfikować dane LSND sugerujące istnienie czwartego typu neutrin. Ciekawe z punktu widzenia precyzji w wyznaczaniu parametrów oscylacji jest projekty: MINOS, w którym odległość od źródła neutrin do detektora (około 730 km) przypada w pobliżu maksimum prawdopodobieństwa oscylacji jako funkcji L/E.

Doświadczenia z neutrinami atmosferycznymi i słonecznymi pozwalają na dobre wyznaczenie tylko niektórych parametrów oscylacji. Kąt θ_{13}, faza łamania symetrii CP czy wyznaczenie hierarchii masy obowiązuje (normalna czy odwrócona) muszą być wyznaczone za pomocą dobrze znanych i bardzo intensywnych wiązek neutrin. Te projekty mogą być realizowane w planowanych doświadczeniach z tzw. fabrykami neutrin, gdzie wiązki neutrin o niskich energiach mają być produkowane w rozpadzie mionów. W doświadczeniach oscylacyjnych nie jest możliwe wyznaczenie masy neutrin, tylko różnicę kwadratów ich mas. Od wielu lat prowadzone są pomiary z rozpadem β, w których próbuje się wyznaczyć masę neutrin albo wyznaczyć jej górną granicę. Prowadzone są także doświadczenia (podwójny rozpad β), które mogą rozstrzygnąć czy neutrina są cząstkami Diraca czy Majorany.

1.2 Oddziaływania neutrin z nukleonami

We wszystkich doświadczeniach neutrinowych niezbędny jest dokładny opis ich oddziaływania. Neutrina oddziałują tylko słabo, dlatego ich rejestracja jest zawsze pośrednia. Neutrina oddziałują z nukleonami przez prądy naładowany i neutralny.

W opisie oddziaływań neutrin w obszarze kilku GeV używa się trzech modeli teoretycznych: dla rozpraszania kwazielastycznego (dla NC - elastycznego), wzbudzenia rezonansów i procesów rozpraszania głęboko nieelastycznego. W oddziaływaniu kwazielastycznym w stanie końcowym są jedynie naładowany lepton i nukleon. Ze względu na zachowanie ładunku dla neutrin dozwolone jest jedynie kwazielastyczne rozpraszanie na neutronie ($\nu n \to l^- p$). Dla antyneutrin poza zwykłym rozpraszaniem na protonie ($\bar{\nu} p \to l^+ n$) dozwolone są trzy dodatkowe kanały z produkcją dziwności. Dzięki hipotezie CVC i PCAC przekrój czynny jest opisany za pomocą dwóch form faktorów (czynników postaci) elektromagnetycznych i form faktora aksjalnego. Elektromagnetyczne czynniki postaci są znane z dobrą dokładnością, natomiast dla części aksjalnej zakłada się postać dipolową. Form faktor aksjalny zawiera dwa parametry: $g_A = -1.267$ znane z rozpadu β, oraz masę aksjalną, którą wyznacza się z danych rozpraszania neutrin z całkowitego przekroju czynnego lub z kształtu różniczkowego przekroju czynnego jako funkcji przekazu czteropędu. W przypadku rozpraszania elastycznego (NC) dodatkowo trzeba dodać wkład od dziwnego prądu hadronowego. Wkład ten jest dodawany do wszystkich trzech powyższych form faktorów i zakłada się jego postać dipolową. Parametry związane z wkładem dziwności można też uzyskać z oddziaływania przez prąd naładowany [ABC02]. Kolejny proces, który jest znaczący dla energii neutrina rzędu kilku GeV, to wzbudzenie rezonansów. Modele teoretyczne produkcji rezonansów są dwojakiego typu, oparte na modelu kwarkowym lub o charakterze fenomenologicznym, w których czynniki postaci dopasowuje się do danych doświadczalnych. Najczęściej stosowanym jest tzw. model Reina-Sehgala [RS81]. Opisuje on przekrój czynny, jako koherentną sumę wkładów od 18 rezonansów z tłem nierezonansowym dodanym niekoherentnie, tak aby otrzymać zgodność z danymi doświadczalnymi. W modelu RS uwzględniane są rezonanse o masie $W < 2\ GeV$ i jest stosowany w prawie wszystkich generatorach Monte Carlo. Poza modelem RS istnieje także wiele innych. W pracy [FN79] autorzy zaproponowali model z kilkoma rezonansami i wkładem nierezonansowym. Podobną konstrukcje wykonano następnie dla prądu neutralnego [FN80]. Ze względu na brak danych w przypadku oddziaływania NC rozważania w tym obszarze są obarczone dużymi niepewnościami. Bardziej współcześnie buduje się modele z uaktualnioną wiedzą na temat czynników postaci [ASV98], korzystając z dokładnych dopasowań do danych elektronowych i fotoprodukcji [PPY00]. Istnieją także podejścia do problemu bardziej fundamentalne, wychodzące z modelu kwarkowego [LS03], w którym uwzględnione jest tło nierezonansowe. W literaturze przez obszar rezonansowy rozumie się obszar hadronowej masy niezmienniczej mniejszej od 2 GeV. Dla $W > 2\ GeV$ i $Q^2 > 1\ GeV^2$ można stosunkowo bezpiecznie stosować formalizm DIS [LP96]. W tym obszarze skalowanie jest zachowane i można przyjąć, że funkcje struktury są dobrze znane. Dla mniejszych Q^2 i W trzeba skorzystać z fenomenologicznego dopasowania funkcji struktury na podstawie danych dla rozpraszania elektronów. Wykorzystanie tych wyników w przypadku neutrinowych funkcji struktury F_1 i F_2 powinno poprawić zgodność teorii z doświadczeniem. Jednak dla rozpraszania elektronów aksjalna funkcja struktury F_3 nie występuje i nie wiadomo w jaki sposób ją modelować. Zmodyfikowane funkcje struktury powinny w sensie uśrednionym dobrze opisywać obszar rezonansowy. Dlatego powinno wystarczyć wyodrębnienie i osobny teoretyczny opis jedynie dominującego rezonansu Δ. Można oczekiwać, że inne rezonanse będą niewidoczne, przynajmniej w reakcjach na jądrach atomowych, przez rozmycie spowodowane ruchem Fermiego, co jest obserwowane w rozpraszaniu elektronów [MEK05]. Danych eksperymentalnych dotyczących oddziaływań neutrin jest niewiele, doświadczenia były przeprowadzone dawno temu i wyniki są mało dokładne.

Formalizm DIS pozwala na wyliczenie jedynie inkluzywnego przekroju czynnego. W celu otrzymania ekskluzywnych przekrojów na określone stany końcowe można na poziomie Monte Carlo korzystać z metody opartej na skalowaniu KNO [KNO72], gdzie ze mierzonych doświadczalnie średnich krotności cząstek wyznacza się prawdopodobieństwa pojawienia się określonego stanu końcowego. Drugim podejściem do problemu jest metoda oparta na modelu fragmentacji struny. Jednym z nich jest model LUND [SLM01]. Poprawność zastosowanej metody można sprawdzać przez porównanie ze zmierzonymi krotnościami cząstek naładowanych i ich emisją wprzód i tył [Z83, G83, SB82].

1.3 Efekty jądrowe

W doświadczeniach neutrinowych oddziaływanie z reguły zachodzi na tarczy złożonej z jąder atomowych co trzeba uwzględnić w obliczeniach teoretycznych. Sposób uwzględnienia efektów jądrowych zależy od energii neutrina. Dane ze wczesnych doświadczeń neutrinowych są obarczone dużym błędem, więc wyznaczenie efektów, związanych z wpływem materii jądrowej na przekroje czynne, jest na razie niemożliwe. Można jednak sięgnąć do efektów zbadanych w doświadczeniach elektronowych [ACL99]. W doświadczeniach neutrinowych pojawiły się pomiary, które w pośredni sposób pozwalają na analizę efektów jądrowych [MSS02, CKL05]. I tak np. w bliskim detektorze K2K zauważono niedobór zdarzeń dla małych wartości Q^2, co może wskazywać na niedokładne uwzględnianie efektów jądrowych w zastosowanych generatorach Monte Carlo [G05]. Proponowane są nowe doświadczenia mające na celu dokładne pomiary przekrojów czynnych na jądrach [M05]. Dzięki doświadczeniom Nomad i NuTeV dostępne są od niedawna dane dotyczące rozpraszania neutrin na żelazie i ołowiu, co powinno umożliwić bardziej dokładne modelowanie efektów jądrowych [KP06]. Dla energii neutrin rzędu kilku GeV najczęściej stosowanym modelem jądra jest model gazu Fermiego. Jego najczęściej stosowana implementacja oparta jest na pracy [SM72] i stanowi model wyjściowy dla kolejnych ulepszeń oraz uwzględnienia innych efektów. Gaz Fermiego jest opisany za pomocą dwóch parametrów: pędu Fermiego oraz energii wiązania. W oddziaływaniu neutrin z jądrem opisanym gazem Fermiego stosuje się przybliżenie impulsowe (IA *ang. Impulse Approximation)*, czyli założenie, że rozpraszanie zachodzi na pojedynczym nukleonie. Dwa efekty wynikające z modelu FG to: ruch Fermiego i zakaz Pauliego. Ruch Fermiego jest związany z rozkładem pędów nukleonów w jądrze - oddziaływanie zachodzi na poruszającym się nukleonie. Zakaz Pauliego wyklucza zdarzenie kiedy pęd wybitego nukleonu jest mniejszy od pędu Fermiego. Opis jądra jako gaz Fermiego nie jest wystarczający i może być w łatwy sposób poprawiony przez wprowadzenie zmiennej gęstości materii jądrowej (przybliżenie LDA). Rozkład gęstości wyznacza się w doświadczeniach elektronowych przez pomiar rozkładu ładunku i uogólnia na rozkład materii jądrowej [VJV87]. LDA było stosowane do oddziaływań neutrin m.in. w pracach [AOS00, OS87, SO92]. Kolejną metodą ulepszenia modelu gazu Fermiego jest zmiana rozkładu pędów nukleonów w jądrze. Wprowadza się rozkład z większymi pędami (skorelowane pary nukleonów) [BR81]. W gazie Fermiego nukleony są swobodne, ale uwięzione. W realistycznym podejściu do oddziaływania wewnątrz, jądra nukleon jest poza powierzchnią masy. Wynika to z oddziaływania pomiędzy nukleonami. Oddziaływanie to uwzględnia się przez wprowadzenie potencjału optycznego, uśrednionego potencjału, w którym poruszają się nukleony [BR77]. Innym opisem efektów jądrowych jest funkcja spektralna (SF)[P02]. Jest to podejście bardziej realistyczne ponieważ w SF są zakodowane informacje o rozkładzie energii i pędów w jądrze. Funkcja spektralna została jednak obliczona jedynie dla kilku lekkich symetrycznych jąder [BFF94].

1.4 Generatory Monte Carlo

Generatory Monte Carlo są narzędziami szeroko stosowanymi w fizyce cząstek elementarnych. Stosuje się je do opisu powstania cząstek w wyniku oddziaływania jak i do ich późniejszej propagacji przez detektor. Dane doświadczalne są zawsze porównywane z wynikami symulacji Monte Carlo. Tworzenie generatora Monte Carlo jest zadaniem skomplikowanym, gdyż wymagany jest opis wszystkich stopni swobody. Trzeba uwzględnić wszystkie oddziaływania i poza podaniem przekroju czynnego wyznaczyć czteropędy wszystkich cząstek stanu końcowego. Generator zdarzeń powinien poprawnie odtwarzać procesy rozpraszana, fragmentacji i hadronizacji oraz uwzględniać efekty jądrowe w szerokim spektrum energii neutrino. Konstrukcja generatora MC jest na ogół 2-stopniowa. Po pierwsze opisuje się oddziaływanie dla swobodnych nukleonów, a następnie oblicza w jaki sposób modyfikują je efekty jądrowe.

Nie istnieje uniwersalny generator oddziaływań neutrin stosowany i akceptowany przez wszystkie grupy doświadczalne. Tendencja jest wręcz odwrotna, każda grupa stara się rozwijać własny generator. Najbardziej znane generatory to te wykorzystywane w ważnych doświadczeniach: NUANCE - w Super-Kamiokande, NEUT - w K2K, NUX+FLUKA -w ICARUS-ie, NEUGEN - w MINOS-ie. Generatory nie różnią się od siebie w opisie wierzchołka pierwotnego i możliwy jest tylko wybór innych wartości parametrów. Wyjątkiem jest tutaj NUX+FLUKA, w którym nie ma produkcji rezonansów. Istotne różnice między generatorami wynikają z wyboru i sposobu implementacji efektów jądrowych. Wydaje się, że generator NUX+FLUKA posiada najlepszy opis efektów jądrowych. Dla pozostałych generatorów moduły z opisem efektów jądrowe nie są tak rozbudowane jak w przypadku generatora FLUKA.

Wśród generatorów Monte Carlo oddziaływań neutrin wyróżnia się ambitny projekt GENIE, który ma być następcą generatora NUGEN. Celem autorów jest jak największa jego uniwersalność. W przypadku GENIE taktyka konstruowania kodu jest inna niż poprzednich generatorów. Autorzy zdecydowali się na otwarcie kodu, a obiektowość języka C++ ułatwia im na takie postępowanie. Niestety, pomimo bardzo szybkiego rozwoju tego generatora, należy oczekiwać, że w pełni działająca i dająca poprawne wyniki wersja pojawi się dopiero za kilka lat.

1.5 Cele doktoratu

Celem mojej pracy było stworzenie od podstaw nowego generatora zdarzeń Monte Carlo oddziaływań neutrin ze swobodnymi nukleonami i z jądrami atomowymi. Po pomyślnym przetestowaniu generator ten mógłby zastąpić generator NUX.

W generatorze FLUKA zaimplementowany jest pewien zbiór efektów jądrowych i nie ma możliwości ingerowania w ten kod w celu testowania innych rozwiązań. Dlatego postępowałem w taki sposób, by dysponować narzędziem do testowania nowych technik uwzględniania efektów jądrowych. Jak dotychczas dla oddziaływania kwazielastycznego i elastycznego został zaimplementowany model gazu Fermiego z przybliżeniem lokalnej gęstości oraz efektywny potencjał zależnym od pędu.

Pierwsze elementy generatora zostały opisane w pracach [JNS05, SNG05]. Zawarty w nich jest opis generatora dla procesów kwazielastycznych i produkcji pojedynczych pionów przez prąd naładowany (CC). Dalszy rozwój generatora był opisany w [JNS06, N06].

1.6 Streszczenie pracy

W stworzonym generatorze wyróżnia się trzy procesy: rozpraszanie kwazielastyczne (elastyczny dla NC), produkcję pojedynczych pionów i zdarzenia bardziej nieelastyczne opisywane przez formalizm DIS. W obszarze produkcji rezonansu Δ wykorzystywany jest form-faktorowy model produkcji [ASV98]. Konieczna była ekstrapolacja formalizmu DIS na obszar małych mas niezmienniczych. Jednym z głównych problemów było modelowanie przekroju czynnego w obszarze przejściowym w hadronowej masie niezmienniczej, na pograniczu obszaru stosowalności modelu produkcji Δ oraz formalizmu DIS. Przyjęta procedura opiera się na fenomenologicznej formule na przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów z kilkoma swobodnymi parametrami. Z elektro- i fotoprodukcji wiadomo, że każdy z kanałów jednopionowych należy modelować osobno. Inkluzywny przekrój czynny na rozpraszanie nieelastyczne jest obliczany przy pomocy znanych formuł z funkcjami rozkładu partonów (PDF) z poprawkami na funkcje struktury zaproponowanymi przez Bodka i Yanga [BY02]. Do uzyskania stanów końcowych stworzyłem procedurę bazującą na modelu LUND fragmentacji struny i jego implementacji w generatorze PYTHIA6 [SFL01, SLM01]. Korzystanie z rutyn fragmentacji wymagało jako danych wejściowych układu kwark-dikwark powstałych w wyniku oddziaływania neutrina z nukleonem. Aby uzyskać ten układ, trzeba było przedstawić przekrój czynny jako sumę wkładów od poszczególnych partonów. Powstały w wyniku oddziaływania kwark tworzy z pozostałym dikwarkiem strunę, która ulega fragmentacji tworząc kolejno hadrony, dopóki układ ma wystarczającą energię. Po otrzymaniu cząstek końcowych należy dokonać transformacji

Lorentza zgodnie z wcześniej wyznaczonym przekazem energii, aby uzgodnić kinematykę z powstałym leptonem. W ramach każdego wkładu partonowego procedura generacji końcowych stanów hadronowych jest nieco inna. W przypadku rozpraszania neutrina na nukleonie przez prąd naładowany, możliwe są oddziaływania z kwarkiem d, s i antykwarkiem u, a dla oddziałującego antyneutrina rozpraszanie może zachodzić na kwarku u i antykwarkach $\bar{d}$ i $\bar{s}$. Dla oddziaływania przez prąd neutralny rozpraszanie zachodzi na wszystkich składnikach nukleonu. Kiedy w wyniku oddziaływania CC produkowana jest dziwność bądź powab, to dodatkowy dziwny lub powabny mezon otrzymuje energię i pęd losowane zgodnie z funkcją fragmentacji, a reszta z pomniejszoną energią tworzy, jak poprzednio, układ kwark-dikwark.

Główną częścią rozprawy doktorskiej jest rozdział 4., w którym zawarłem wszystkie uzyskane przez mnie oryginalne wyniki, w szczególności przedstawiłem w nim opis generator Monte Carlo oddziaływań neutrin oraz porównania wyników symulacji z danymi doświadczalnymi.

Najistotniejsze z otrzymanych przeze mnie oryginalnych wyników to:

i. Stworzenie algorytmu generacji zdarzeń.

ii. Napisanie algorytmu generacji zdarzeń nieelastycznych.

iii. Napisanie programu dla produkcji stanów końcowych w rozpraszaniu nieelastycznym przy małej hadronowej masy niezmienniczej $W < 2\ GeV$.

iv. Stworzenie programu realizującego model produkcji kanałów jednopionowych stanów końcowych.

v. Zademonstrowanie wyników hadronizacji: krotność cząstek naładowanych, średnia krotność cząstek naładowanych, neutralnych pionów i cząstek dziwnych są zasadniczo zgodne z danymi doświadczalnymi.

vi. Zademonstrowanie, że wyniki modelowania przekrojów czynnych na produkcję pojedynczych pionów w rozpraszaniu neutrin i antyneutrin na nukleonach przez prąd naładowany i neutralny są zgodne z danymi.

vii. Zademonstrowanie wyników symulacji przekrojów czynnych dla produkcji kanałów dwu- i trzy-pionowych oraz dla produkcji cząstek dziwnych.

viii. Przeprowadzenie analizy porównawczej modelu Marteau i generatora NUX.

ix. Zbadanie wpływu efektów jądrowych na rozpraszanie kwazielastyczne.

1.7 Spis publikacji

i. C. Juszczak, J. A. Nowak and J. T. Sobczyk, *Spectrum of recoil nucleons in quasielastic neutrino-nucleus interactions*, Eur. Phys. J. C **39** (2005) 195.

ii. J. A. Nowak, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, *Comparison of predictions for nuclear effects in the Marteau model with the NUX+FLUKA scheme*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 272.

iii. J. T. Sobczyk, J. A. Nowak and K. M. Graczyk, *WroNG – Wroclaw Neutrino Generator of events for single pion production*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 266.

iv. C. Juszczak, J. A. Nowak and J. T. Sobczyk, *Simulations from a new neutrino event generator*, arXiv:hep-ph/0512365, zostanie opublikowana w Nucl. Phys. Proc. Suppl.

v. J.A. Nowak, *Wrocław neutrino event generator* zostanie opublikowana w Physica Scripta T

vi. J.A. Nowak, J.T. Sobczyk, *Modelling neutrino cross sections in a few GeV energy region*, Acta Phys. Polon. B **38** (2006)

vii. J.A. Nowak, J.T. Sobczyk, *Hadron production in Wrocław neutrino event generator*, zostanie opublikowana w Acta Phys. Polon. B

viii. ICARUS Collaboration, *Characterization of ETL 9357FLA Photomultiplier Tubes for Cryogenic Temperature Applications*, Nucl. Instrum. Meth. **A556/1** (2006) 146

ix. ICARUS Collaboration, *Measurement of the muon decay spectrum with the ICARUS T600 liquid Argon TPC*, Eur. Phys. J. **C33** (2004) 233

x. ICARUS Collaboration, *Design, construction and tests of the ICARUS T600 detector*, Nucl. Inst. Meth. **A527** (2004) 329

xi. ICARUS Collaboration *Measurement of Through-Going Particle Momentum By Means Of Multiple Scattering With The ICARUS T600 TPC*, hep-ex/0606006

Rozdział 2.

Oddziaływanie ze swobodnym nukleonem

W całej rozprawie zakładana jest zerowa masa neutrin, ponieważ nie ma ona żadnego wpływu na przekroje czynne. Formalnie, przy obliczaniu przekrojów czynnych, masa neutrina pojawia się w prądzie leptonowym, ale znika w tensorze uśrednionym, po spinach przy skorzystaniu z własności macierzy Diraca.

Dokładna analiza oddziaływania ze swobodnymi nukleonami jest ważna dla dalszych rozważań - oddziaływania z jądrami atomowymi. Najczęstszym założeniem w generatorach oddziaływania neutrin z jądrem atomowym przy energiach rzędu kilku GeV jest, że reakcja zachodzi na pojedynczym nukleonie. Efekty, wynikające z faktu, że nukleon jest składnikiem jądra atomowego, mogą być uwzględnione na kilku etapach generacji zdarzenia przez uwzględnienie zmiany w kinematyce, wynikającej z ruchu Fermiego nukleonów i/lub oddziaływanie stanów końcowych z pozostałą materią jądrową.

Najpierw opiszę kinematykę oddziaływania neutrin ze swobodnym nukleonem oraz ogólną postać tensora hadronowego i inkluzywny przekrój czynny. Następnie wprowadzę hipotezę zachowanego prądu wektorowego (CVC) oraz częściowo zachowanego prądu aksjalnego (PCAC). Są to użyteczne narzędzia, które pomagają powiązać form faktory dla oddziaływania neutrin z dokładnie wyznaczonymi elektromagnetycznymi form faktorami oddziaływań elektronów, a z rozpadu β uzyskać informacje o form faktorze aksjalnym.

W drugiej części omówię modele oddziaływań kwazielastycznych, modele wzbudzenia rezonansów oraz formalizm rozpraszania głęboko nieelastycznego. Przeprowadzona też jest dyskusja form faktorów w oddziaływaniu kwazielastycznym, gdzie w ostatnich latach zaczęto stosować inne niż dipolowe parametryzacje elektromagnetycznych form faktorów. W modelu wzbudzenia rezonansu $\Delta(1232)$ skorzystałem z najczęściej stosowanych form faktorów z pracy [ASV98]. Dokładna analiza i porównania z innymi parametryzacjami jest podana w wielu pracach. Dla nieelastycznego rozpraszania korzystam z funkcji rozkładu partonów GRV94.

W generatorze ważnym problemem było korzystanie z głęboko nieelastycznego formalizmu dla małych przekazów czteropędu Q^2 i dużych x gdzie skalowanie Björkena jest łamane. Tutaj przedyskutowałem metody uwzględnienia zależności od Q^2 przez wprowadzenie wyższych twistów i poprawek masy tarczy (*ang. Target Mass Corrections*). Korzystając z tych poprawek Bodek i in. zaproponowali poprawki dla funkcji struktury, której umożliwiają ich stosowanie w obszarze małych Q^2.

2.1 Kinematyka

Neutrina oddziałują z nukleonami przez prąd naładowany lub neutralny. Ze względu na rodzaj oddziaływania i końcowy lepton można rozróżnić cztery rodzaje reakcji

$$\nu_l(k) + N(p) \;\rightarrow\; l(k') + X(p'), \tag{2.1}$$

$$\bar{\nu}_l(k) + N(p) \;\rightarrow\; \bar{l}(k') + X(p'), \tag{2.2}$$

$$\nu_l(k) + N(p) \;\rightarrow\; \nu_l(k') + X(p'), \tag{2.3}$$

$$\bar{\nu}_l(k) + N(p) \;\rightarrow\; \bar{\nu}_l(k') + X(p'), \tag{2.4}$$

gdzie l oznacza naładowany lepton o zapachu takim jak oddziałujące neutrino. X jest hadronowym stanem końcowym, niekoniecznie stanem jednocząstkowym. Zmienne w nawiasach są czteropędami cząstek: k – leptonu początkowego, k' – leptonu końcowego, p – nukleonu tarczy, p' – hadronowego stanu końcowego i $q = k - k'$ – wirtualnego bozonu pośredniczącego. Zakłada się, że nukleon spoczywa $p^\mu = (M, 0, 0, 0)$. Powyższe oznaczenia zmiennych kinematycznych będę stosował w całej rozprawie. Inne często stosowane zmienne kinematyczne:

- Q^2 – kwadrat czteropędu bozonu pośredniczącego:

$$Q^2 = -q^2 = -(k-k')^2 \stackrel{LAB}{=} -m_l^2 + 2E_\nu(E' - |\vec{k}'|\cos\theta_\mu), \tag{2.5}$$

  gdzie θ_μ jest kątem między kierunkiem padającego neutrina i rozproszonego leptonu końcowego. E' i $|\vec{k}'|$ są energią i wartością pędu leptonu powstałego w wyniku oddziaływania.

- ν – w układzie laboratoryjnym przekaz energii z leptonu do układu hadronowego:

$$\nu = \frac{q \cdot p}{M} \stackrel{LAB}{=} E_\nu - E'. \tag{2.6}$$

- W^2 – hadronowa masa niezmiennicza:

$$W^2 = (q+p)^2 \stackrel{LAB}{=} M^2 + 2M\nu - Q^2. \tag{2.7}$$

- y – nieelastyczność, część całkowitej energii z części leptonowej dostępna dla układu hadronowego w układzie spoczywającej tarczy(LAB):

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \stackrel{LAB}{=} \frac{\nu}{E_\nu}. \tag{2.8}$$

- x – zmienna skalowania Björkena. W modelu partonowym w granicy skalowania Björkena część całkowitego pędu nukleonu niesiona przez wybity kwark:

$$x = \frac{-q^2}{2p \cdot q} \stackrel{LAB}{=} \frac{Q^2}{2M\nu}. \tag{2.9}$$

- s – kwadrat energii w układzie środka masy

$$s = (p + k)^2 = \left(p' + k'\right)^2. \tag{2.10}$$

Inkluzywny różniczkowy przekrój czynny jest funkcją dwóch zmiennych kinematycznych. Aby otrzymać całkowity przekrój czynny trzeba wykonać całkowanie po dostępnym obszarze kinematycznym. Najwygodniej jest wyznaczyć ten obszar na płaszczyźnie niezmienniczych wielkości, na przykład (W, Q^2). W układzie środka masy (CMS, *ang. Center Mass System*) $\vec{k}^* = -\vec{p}^*$ oraz $\vec{k}'^* = -\vec{p}\,'^*$. W CMS wszystkie kąty są dozwolone dlatego przekaz czteropędu z równania (2.5) przyjmuje wartości z zakresu $Q^2 \in (Q^2_{min}, Q^2_{max})$:

$$\begin{aligned} Q^2_{min} &= -m_l^2 + 2E_\nu^*(E'^* - |\vec{k}'^*|), \\ Q^2_{max} &= -m_l^2 + 2E_\nu^*(E'^* + |\vec{k}'^*|). \end{aligned} \tag{2.11}$$

Energia E'^* i pęd $|\vec{k}'^*|$ leptonu końcowego wyznaczamy zauważając, że zmienna Mandelstama s w CMS ma postać

$$\sqrt{s} = E^* + E_p^* = E'^* + E_X^*. \tag{2.12}$$

Korzystając z drugiej równości mamy

$$\sqrt{s} = \sqrt{|\vec{k}'^*|^2 + m^2} + \sqrt{|\vec{k}'^*|^2 + W^2}, \tag{2.13}$$

gdzie W jest hadronową masą niezmienniczą. Podnosząc do kwadratu (2.13) dostajemy energię końcowego leptonu

$$E'^* = \frac{s + m^2 - W^2}{2\sqrt{s}}. \tag{2.14}$$

Podnosząc dwukrotnie do kwadratu równanie (2.13) otrzymujemy, wartość pędu leptonu końcowego

$$|\vec{k}'^*| = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m^2, W^2\right)}{2\sqrt{s}}, \tag{2.15}$$

gdzie

$$\lambda(x,y,z) = (x-y-z)^2 - 4yz. \tag{2.16}$$

Wartości graniczne Q^2 z równania (2.11) po podstawieniu wyrażeń na E'^* oraz $|\vec{k}'^*|$ przyjmują wartości

$$Q^2_{min,max} = -m_l^2 + \frac{E_\nu^*}{\sqrt{s}}\left(s + m_l^2 - W^2 \mp \lambda^{1/2}\left(s, m_l^2, W^2\right)\right). \tag{2.17}$$

Energię neutrina E_ν^* w układzie CMS jest związana z energią w układzie laboratoryjnym relacją:

$$E_\nu^* = \frac{ME}{\sqrt{M^2 + 2ME}}. \tag{2.18}$$

Zmienna $\sqrt{s}$ w układzie środka masy ma postać

$$\sqrt{s} = \left(E^* + E_p^*\right) = E^* + \sqrt{|\vec{p}^*|^2 + M^2} = E^* + \sqrt{E^{*2} + M^2}, \tag{2.19}$$

gdzie skorzystałem z $|\vec{k}^*| = |\vec{p}^*| \to |\vec{p}^*| = E^*$. Hadronowa masa niezmiennicza przyjmuje wartości $W \in (W_{min}, W_{max})$, które w CMS wynoszą:

$$W_{min} = M, \tag{2.20}$$
$$W_{max} = \sqrt{s} - m_l. \tag{2.21}$$

W_{min} jest osiągane, gdy produkowany jest nukleon w CMS w spoczynku, a W_{max} gdy końcowy lepton jest w spoczynku.

W generatorze korzystam ze zmiennych $(W,\ \nu)$. Przekaz energii nie jest niezmienniczy, a obszar kinematycznie dozwolony wyznaczam w układzie laboratoryjnym. Przekaz energii otrzymuje korzystając z definicji

$$Q^2 = |\vec{q}|^2 - \nu^2, \tag{2.22}$$

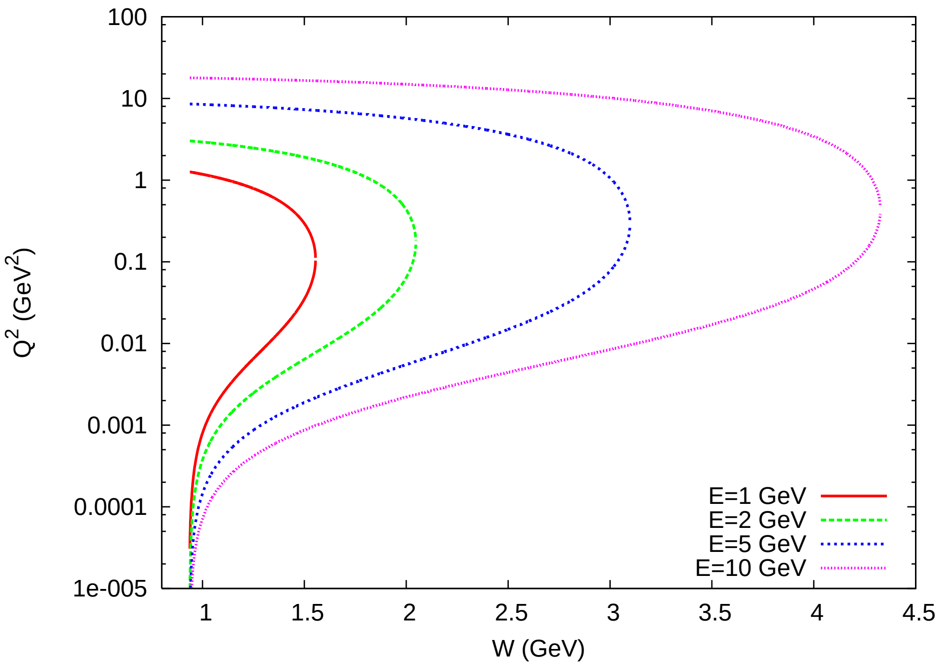
gdzie

$$E_X^{lab} = M + \nu, \tag{2.23}$$
$$|\vec{q}|^2 = (E_X^{lab})^2 - W^2 = M^2 + 2M\nu + \nu^2 - W^2. \tag{2.24}$$

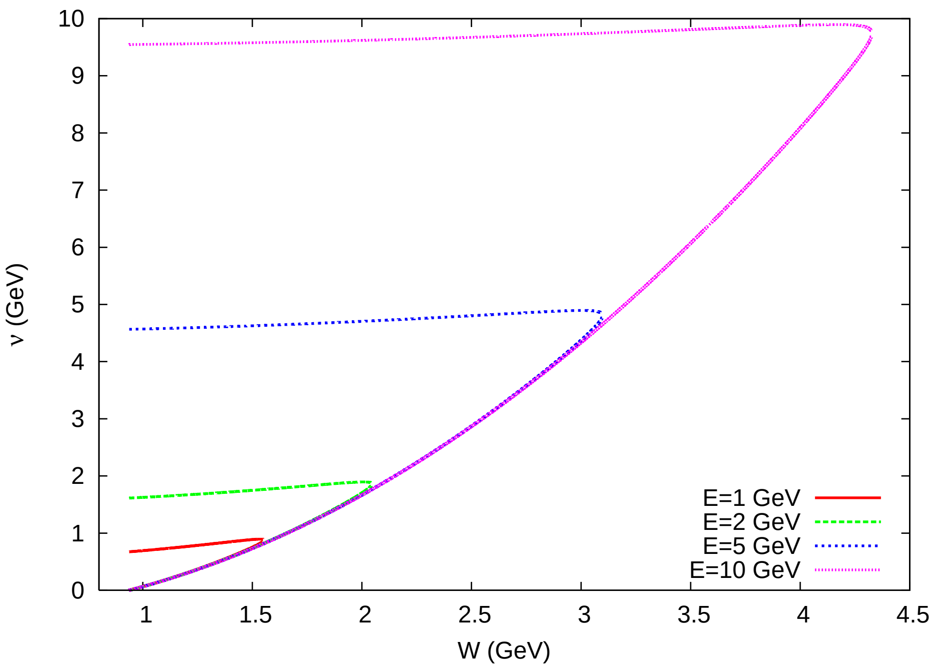
Podstawiając to powyższe wyrażenie do równania (2.22), otrzymujemy wyrażenie na przekaz energii w układzie laboratoryjnym

$$\nu = \frac{W^2 + Q^2 - M^2}{2M}. \tag{2.25}$$

Na rysunkach 2.1 i 2.2 przedstawiłem obszar dozwolony kinematycznie w płaszczyznach $\left(W, Q^2\right)$ i (W, ν) dla kilku wartości energii. W generatorze można korzystać z przekroju czynnego jako funkcji dowolnych dwóch zmiennych kinematycznych. Przejście między tymi zmiennymi jest proste, trzeba tylko pamiętać o jakobianach. W przypadku rozpraszania głęboko nieelastycznego warto posługiwać się zmiennymi (x, y), naturalnymi dla tego formalizmu.



Rysunek 2.1: Obszar kinematyczny dozwolony w płaszczyźnie (W, Q^2) dla energii neutrin $E_\nu = 1,\ 2,\ 5,\ 10\ GeV$. Obszar dozwolony znajduje się po lewej stronie krzywych.



Rysunek 2.2: Obszar kinematyczny dozwolony w płaszczyźnie (W, ν) dla energii neutrin $E_\nu = 1,\ 2,\ 5,\ 10\ GeV$. Obszar dozwolony znajduje się po lewej stronie krzywych.

W przypadku procesów binarnych, takich jak kwazielastyczne rozpraszanie, masa hadronowego stanu końcowy jest masą końcowego hadronu. Wtedy przekaz czteropędu przyjmuje wartości z przedziału

$$Q^2_{min,max} = -m_l^2 + \frac{E_\nu^*}{\sqrt{s}} \left(s + m_l^2 - M^2 \mp \lambda^{1/2} \left(s, m_l^2, M^2 \right) \right). \tag{2.26}$$

Korzystając z równania (2.25) otrzymuje się przedział przekazów energii dostępnych kinematycznie przy określonej energii.

Różniczkowy przekrój czynny

W modelu Salama-Weinberga-Glashowa, opisującym oddziaływania elektromagnetyczne i słabe, bozonami pośredniczącymi są foton i trzy masywne bozony W^+, W^- i Z^0. Neutrina jako nienaładowane leptony sprzęgają się w lagrangianie tylko z polami masywnych bozonów pośredniczących

$$\mathcal{L}_I = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\mu^{CC} W^\mu - \frac{g}{2\cos\theta_W} j_\mu^{NC} Z^\mu + h.c. \tag{2.27}$$

Tutaj i dalej dla oddziaływań neutrin stosuje oznaczenia: j_α^{CC} - prąd naładowany (*ang. charged current*), j_α^{NC} - prąd neutralny (*ang. neutral current*). Prądy naładowany i neutralny są sumą prądu leptonowego l_μ i prądu hadronowego h_μ

$$j_\mu = l_\mu + h_\mu \tag{2.28}$$

Sprzężenie zawierające tylko lewo-skrętne pola leptonowe prowadzi do struktury $(V - A)$ prądu leptonowego i prąd naładowany jest dany przez

$$l_\mu^{CC} = \bar{\nu}_l \gamma_\mu \left(1 - \gamma_5\right) l, \tag{2.29}$$

a prąd neutralny przez

$$l_\mu^{NC} = \frac{1}{2} \bar{\nu}_l \gamma_\mu \left(1 - \gamma_5\right) \nu_l. \tag{2.30}$$

Prąd hadronowy ma postać

$$\left\langle X(p') | h_\mu(0) | N(p) \right\rangle, \tag{2.31}$$

gdzie $|X\rangle$ jest hadronowym stanem końcowym, a p' jest czteropędem tego stanu.

Różniczkowy przekrój czynny ma postać [W99]

$$d\sigma \left(i \to f\right) = (2\pi)^4 u_i^{-1} \left|M_{fi}\right|^2 \delta^4 \left(q + p' - p\right) d^3k' d^3p', \tag{2.32}$$

gdzie u_i jest prędkością względną :

$$u_i = \frac{\sqrt{(p \cdot k)^2 - M^2 m_\nu^2}}{E_p E_\nu}. \tag{2.33}$$

M_{fi} jest amplitudą przejścia związaną z macierzą rozpraszania:

$$S_{fi} = -2\pi i \delta^4 \left(p - p' + q\right) M_{fi}. \tag{2.34}$$

W przybliżeniu Borna elementy macierzowe dla procesów oddziaływania neutrino przez prąd naładowany i przez prąd neutralny mają postać

$$M_{fi}^{CC} = \left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 \bar{l}(k')\gamma_\mu \left(1 - \gamma_5\right) \nu(k) \frac{i}{q^2 - M_W^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_W^2}\right) \left\langle X(p')|h_\nu^{CC}(0)|N(p)\right\rangle \tag{2.35}$$

$$M_{fi}^{NC} = \frac{1}{2} \left(\frac{g}{2\cos\theta_W}\right)^2 \bar{\nu}(k')\gamma_\mu \left(1 - \gamma_5\right) \nu(k) \frac{i}{q^2 - M_Z^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2}\right) \left\langle X(p')|h_\nu^{NC}(0)|N(p)\right\rangle \tag{2.36}$$

Dla rozpraszania z małym przekazem pędu propagator można zamienić na

$$\frac{i}{q^2 - M_{W,Z}^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_{W,Z}^2}\right) \rightarrow \frac{i g^{\mu\nu}}{M_{W,Z}^2} \tag{2.37}$$

Dla rozpraszania głęboko nieelastycznego, trzeba wziąć pod uwagę cały mianownik propagatora, a drugi wyraz w liczniku propagatora znika w elemencie macierzy rozpraszania. Przekrój czynny, uśredniony po spinach cząstek i stanach końcowych jest iloczynem tensorów leptonowego i hadronowego oraz propagatora:

$$\frac{d^2\sigma(\nu\bar{\nu})}{dxdy} = \frac{G_F^2 y}{16\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_{W,Z}^2}\right)^2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \tag{2.38}$$

gdzie G_F jest stałą Fermiego daną przez związek

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}. \tag{2.39}$$

Masę bozonu pośredniczącego wybieramy w zależności od procesu M_W dla CC, a M_Z dla NC.

Tensor leptonowy $L_{\mu\nu}$ ma postać

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= 2Tr[(\not{k}' + m_l)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\left(\not{k} + m_\nu\right)\gamma_\nu] \\ &= 8\left(k'_\mu k_\nu + k_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu} k' \cdot k \mp i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta\right) \end{aligned} \tag{2.40}$$

gdzie $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ jest całkowicie antysymetrycznym tensorem i znak minus odpowiada przypadkowi oddziaływania neutrina, a znak plus antyneutrina.

Tensor hadronowy obliczamy dla oddziaływania przez prąd naładowany korzystając z równania (2.35), a dla prądu neutralnego z równania (2.36) uśredniając (niespolaryzowana tarcza) po stanach końcowych i spinach początkowych .

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}(\nu N, CC) &= \overline{\sum}\sum_X (2\pi)^3 \delta^4 \left(p' - p - q\right) < X|h_+^\mu|N >^* < X|h_+^\nu|N > \\ &= \overline{\sum}\sum_X (2\pi)^3 \delta^4 \left(p' - p - q\right) < N|h_-^\mu|X >< X|h_+^\nu|N > \end{aligned} \tag{2.41}$$

gdzie sumowanie wykonane jest po spinach początkowych i stanach końcowych X, a $h_+^{\mu\dagger} = h_-^\mu$. Dla oddziaływania antyneutrin przez prąd naładowany w tensorze leptonowym wybieramy odpowiedni znak, a w tensorze hadronowym $h_+ \to h_-$

$$W^{\mu\nu}(\bar{\nu} N, CC) = \overline{\sum} (2\pi)^3 \delta \left(p' - p - q\right) < N|h_+^\mu|X >< X|h_-^\nu|N > \tag{2.42}$$

Dla niskich energii neutrin, kiedy produkcja cząstek powabnych jest zaniedbywalna, słaby prąd naładowany ma postać

$$h_+^\mu = \bar{u}\gamma^\mu \left(1 - \gamma_5\right) \left(\cos\theta_C d + \sin\theta_C s\right). \tag{2.43}$$

Dla procesów zachodzących przez prąd neutralny dla neutrin i antyneutrin

$$W^{\mu\nu}(NC) = \overline{\sum} (2\pi)^3 \delta \left(p' - p - q\right) < N|h_Z^\mu|X >< X|h_Z^\nu|N > \tag{2.44}$$

Dla oddziałujących ν i $\bar{\nu}$ przez prądy CC, NC dla niespolaryzowanej tarczy tensor hadronowy w ogólnej postaci jest zbudowany z funkcji skalarnych W_i $(i = 1, 2, ..., 6)$, opisujących strukturę nukleonu [D73]

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &= -g^{\mu\nu} W_1 + \frac{p^\mu p^\nu}{M^2} W_2 - i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \frac{p_\rho q_\sigma}{2M^2} W_3 + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} W_4 \\ &+ \frac{(p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)}{2M^2} W_5 + i\frac{(p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)}{2M^2} W_6. \end{aligned} \tag{2.45}$$

gdzie M jest masą tarczy, a W_i są rzeczywistymi funkcjami zmiennych ν i q^2. Postać $W^{\mu\nu}$ jest bardziej skomplikowana niż w przypadku oddziaływań elektromagnetycznych. Jest tak ponieważ nie ma ograniczenia na zachowanie prądu i ponieważ antysymetryczna cześć tensora leptonowego daje niezerowy wkład w zwężeniu z taką częścią $W^{\mu\nu}$, która jest antysymetryczną na zamianę indeksów $\mu \leftrightarrow \nu$.

Podstawiając do równania na przekrój czynny (2.38) wyrażenia na tensora leptonowy (2.40) i na tensor hadronowy (2.45) otrzymujemy wyrażenia na różniczkowy inkluzywny przekrój czynny

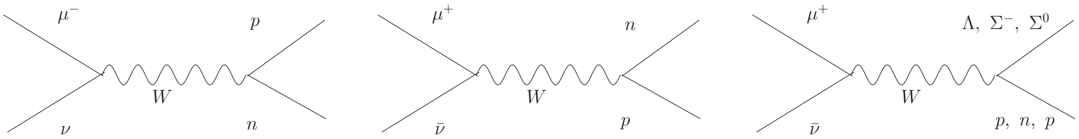
$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dxdy} &= \frac{G_F^2 yME_\nu}{\pi(1 + Q^2/M_{W,Z}^2)^2} \left[\left(xy + \frac{m_l^2}{2E_\nu M} \right) W_1 + \left(\frac{E}{M} - \frac{yE}{M} - \frac{xy}{2} - \frac{m_l^2}{4ME_\nu} \right) W_2 \right. \\ &\pm \left. \left(\frac{xyE}{M}\left(1 - \frac{y}{2}\right) - y\frac{m_l^2}{4M^2} \right) W_3 + \left(xy\frac{m_l^2}{2M^2} + \frac{m_l^4}{4M^3 E_\nu} \right) W_4 - \frac{m_l^2}{2yME_\nu} W_5 \right], \end{aligned} \tag{2.46}$$

Jak widać człon z funkcją W_6 znika przy zwężeniu tensorów. Warto zauważyć, że człony przy funkcjach W_4 i W_5 są proporcjonalne do masy leptonu, więc przy dużych energiach neutrin można je pominąć.

2.2 Rozpraszanie kwazielastyczne i elastyczne

Neutrino oddziałując z nukleonem może wzbudzić dowolny (zgodny z prawami zachowania) stan końcowy dostępny kinematycznie. Inkluzywny przekrój czynny, tzn. taki kiedy mierzony jest tylko końcowy lepton został przedstawiony w poprzednim podrozdziale. Przekrój czynny można przedstawić jako sumę wkładów od poszczególnych stanów końcowych. Rozpocznę dyskusję od procesów binarnych: rozpraszania kwazielastycznego (CC) i rozpraszania elastycznego (NC).

Możliwe procesy to:



Rysunek 2.3: Diagramy rozpraszania kwazielastycznego: po lewej diagram rozpraszania bez zmiany dziwności $\Delta Y = 0$, a po prawej ze zmianą dziwności $\Delta Y = \pm 1$.

$$\begin{aligned} \nu + n &\rightarrow l^- + p && (2.47)\\ \bar{\nu} + p &\rightarrow l^+ + n && (2.48)\\ \bar{\nu} + p &\rightarrow l^+ + \Lambda && (2.49)\\ \bar{\nu} + n &\rightarrow l^+ + \Sigma^- && (2.50)\\ \bar{\nu} + p &\rightarrow l^+ + \Sigma^0 && (2.51) \end{aligned}$$

Rozpraszanie kwazielastyczne ($\Delta Y = 0$)

Prąd hadronowy opisujący proces:

$$\nu(k) + n(p) \rightarrow l^-(k') + p(p') \tag{2.52}$$

można zapisać jako

$$\left\langle p(p') \left| J^+_\lambda \right| n(p) \right\rangle = \cos\theta_C \bar{u}(p') \Gamma_\lambda u(p). \tag{2.53}$$

Prąd J_λ jest różnicą $V - A$ części wektorowej i aksjalnej tak jak w przypadku prądu leptonowego. Γ_λ jest macierzą zbudowaną z macierzy Diraca, która ma postać:

$$\Gamma_\lambda = V_\lambda - A_\lambda \tag{2.54}$$

$$V_\lambda = \gamma_\lambda F_V^1(q^2) + \frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu \xi F_V^2(q^2)}{2M} + \frac{q_\lambda F_V^3}{M} \tag{2.55}$$

$$-A_\lambda = \gamma_\lambda\gamma_5 F_A(q^2) + \frac{q_\lambda\gamma_5 F_p(q^2)}{M} + \frac{\gamma_5(p+p')_\lambda F_A^3(q^2)}{M} \tag{2.56}$$

gdzie $M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$ i M_1 jest masą początkowego nukleonu, a M_2 masą końcowego nukleonu. Wprowadzono $\xi = \mu_p - \mu_n$ tak, że $F_V^2(0) = 1$ jeśli hipoteza zachowanego prądu wektorowego jest poprawna. Taki sam diagram Feynmana opisuje rozpad β. Wyniki doświadczalne przy $q^2 \simeq 0$ dają $F_A(0) = -1.267$.
Dla procesu oddziaływania antyneutrin:

$$\bar{\nu}(k) + p(p) \rightarrow l^+(k') + n(p') \tag{2.57}$$

prąd hadronowy mam postać

$$\left\langle n(p') \left| J_\lambda^- \right| p(p) \right\rangle = \cos\theta_C \bar{u}(p')\widetilde{\Gamma}_\lambda u(p) = \left\langle p(p) \left| J_\lambda^+ \right| n(p') \right\rangle^* \tag{2.58}$$

$$\widetilde{\Gamma}_\lambda(p,p') = \gamma_0\Gamma_\lambda^+(p',p)\gamma_0. \tag{2.59}$$

Ograniczenia na postać form faktorów wynikają z hipotez CVC i PCAC oraz niezmienniczości T.

Hipoteza CVC

W 1958 Feynman i Gell-Mann zaproponowali sposób uproszczenia teorii przez zapostulowanie hipotezy zachowanego prądu wektorowego (*ang. CVC - Conserved-Vector-Current*). W Modelu Standardowym wektorowa część słabego prądu naładowanego, hermitowsko-sprzężona część słabego prądu naładowanego i izowektorowy prąd elektromagnetyczny tworzą izotryplet zachowanych prądów.

Element macierzowy prądu elektromagnetycznego J_{em}^α między dwoma stanami protonu $|p,s>$ i $|p',s'>$ ma postać

$$<p',s'|J_{em}^\alpha|p,s>= \bar{u}(p',s')\left[F_1^p(q^2)\gamma^\alpha + iF_2^p(q^2)\sigma^{\alpha\beta}q_\beta + F_3^p(q^2)q^\alpha\right]u(p,s), \tag{2.60}$$

gdzie F_i^p $(i = 1,2,3)$ są elektromagnetycznymi form faktorami. Jeżeli jest zachowana niezmienniczość T, to form faktory są rzeczywiste. Najważniejsze ograniczenie wynika z zachowania prądu $\partial_\alpha J_{em}^\alpha = 0$, co implikuje

$$0 = \bar{u}(p',s')\left[F_1^p(q^2)\left(\not{p}' - \not{p}\right) - iF_2^p(q^2)\sigma^{\alpha\beta}q_\beta q_\alpha - F_3^p(q^2)q^2\right]u(p,s) \tag{2.61}$$

Współczynniki przy form faktorach F_1 i F_2 znikają: $\bar{u}\,(\not{p}' - \not{p})\, u = (M_p - M_p)\, \bar{u}u = 0$, a $\sigma^{\alpha\beta} q_\beta q_\alpha = 0$, ponieważ $\sigma^{\alpha\beta}$ jest tensorem antysymetrycznym. Stąd $q^2 F_3^p(q^2) = 0$ tj. $F_3^p(q^2) = 0$. W takim razie

$$\mathcal{M}_p = < p', s'|J^\alpha_{em}|p, s > = \bar{u}_p(p', s') \left[F_1^p(q^2)\gamma^\alpha + iF_2^p(q^2)\sigma^{\alpha\beta} q_\beta \right] u_p(p, s). \qquad (2.62)$$

W przedziale $q \to 0$ proton oddziałuje z zewnętrznym statycznym polem elektromagnetycznym. Ponieważ ładunek protonu jest równy $|e|$, dochodzimy do dodatkowego ograniczenia $F_1^p(0) = 1$. Poza wkładem od ładunku protonu istnieje także wkład od momentu magnetycznego $\mu_0 = |e|\hbar/2M_p c$. W granicy zerowego przekazu pędu moment magnetyczny równa się $2.79\mu_0$, przy czym anomalny wkład związany z dodatkiem Pauliego wynosi: $F_2^p(0) = 1.79/2M_p$.

W taki sam sposób otrzymujemy element macierzowy dla prądu elektromagnetycznego między dwoma stanami neutronu:

$$\mathcal{M}_n = \bar{u}_n(p', s') \left[F_1^n(q^2)\gamma^\alpha + iF_2^n(q^1)\sigma^{\alpha\beta} q_\beta \right] u_n(p, s). \qquad (2.63)$$

Ponieważ ładunek neutronu jest zerowy i jego moment magnetyczny jest całkowicie anomalny ($\mu_n = -1.91\mu_0$), to $F_1^n(0) = 0$ i $F_2^n(0) = -1.91/2M_p$, przy czym zazwyczaj przyjmuje się $M_p = M_n = M$.

Można teraz uogólnić dwa elementy macierzowe $\mathcal{M}^p$ i $\mathcal{M}^n$, rozpatrując n i p jako komponenty izodubletu odpowiadające rzutom $-1/2$ i $+1/2$. Ten izodublet opisujemy przez spinor u bez indeksu. Spinory u_p i u_n otrzymujemy jako

$$u_p = \frac{1}{2}\,(1 + \tau_3)\, u \qquad (2.64)$$

$$u_n = \frac{1}{2}\,(1 - \tau_3)\, u \qquad (2.65)$$

Definiując izoskalane i izowektrowe form faktory jako

$$F_1^{(S)}(q^2) = F_1^p(q^2) + F_1^n(q^2) \text{ – izoskalar} \qquad (2.66)$$

$$F_1^{(V)}(q^2) = F_1^p(q^2) - F_1^n(q^2) \text{ – izowektor} \qquad (2.67)$$

$$F_2^{(S)}(q^2) = F_2^p(q^2) - F_2^n(q^2) \text{ – izoskalar} \qquad (2.68)$$

$$F_2^{(V)}(q^2) = F_2^p(q^2) + F_2^n(q^2) \text{ – izowektor} \qquad (2.69)$$

łatwo dostajemy zamiast (2.62) i (2.63) wyrażenia

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = \quad & \bar{u}(p', s') \left\{ \frac{1}{2} \left[F_1^{(S)}(q^2)\gamma^\alpha + iF_2^{(S)}(q^2)\sigma^{\alpha\beta} q_\beta \right] \right. \\ & \left. + \left[F_1^{(V)}(q^2)\gamma^\alpha + iF_2^{(V)}(q^2)\sigma^{\alpha\beta} q_\beta \right] \frac{\tau_3}{2} \right\} u(p, s), \end{aligned} \qquad (2.70)$$

gdzie macierze τ_3 jest macierzą Pauliego. Wracając do słabych oddziaływań, zapisujemy element macierzowy wektorowej części hadronowego słabego prądu między stanami protonu i neutronu

$$< p|V^{\alpha +}|n >= \cos\theta \bar{u}' \left[F_1(q^2)\gamma^\alpha + F_2(q^2)\sigma^{\alpha\beta}q_\beta + F_3(q^2)q^\alpha \right] \frac{\tau_+}{2} u. \tag{2.71}$$

Najważniejszy element hipotezy CVC polega na tym, że from faktory (2.71) powinny być identyczne z izowektorowym czynnikom postaci w (2.70) ponieważ V^α, $V^{\alpha +}$ i $J_{em}^{\alpha,\ izowektor}$ tworzą izotryplet. Dlatego prawdziwe są równości

$$\begin{aligned} F_1(q^2) &= F_1^{(V)}(q^2), \\ F_2(q^2) &= F_2^{(V)}(q^2), \\ F_3(q^2) &= 0. \end{aligned} \tag{2.72}$$

Hipoteza PCAC

Prąd aksjalny nie jest zachowany, co wiadomo z rozpadu pionu. Można jednak wprowadzić hipotezę częściowo zachowanego prądu aksjalnego PCAC (*ang. Partial Conserved Axial Current*) zgodnie z którą prąd aksjalny nie jest zachowany, ale jego dywergencja $\partial_\mu A^\mu$ jest proporcjonalna do masy pionu. Form faktory F_A i F_p nie są związane z elektromagnetycznymi czynnikami postaci. Zgodnie z hipotezą PCAC pseudoskalarny form faktor jest związany z aksjalnym relacją

$$F_p = \frac{2M}{m_\pi^2 - q^2} F_A. \tag{2.73}$$

Przyjmuje się że aksjalny czynnik postaci ma postać dipolową

$$F_A(q^2) = \frac{g_A}{1 - \frac{q^2}{M_A^2}}, \tag{2.74}$$

gdzie M_A jest parametrem tzw. masą aksjalną. Wartość masy aksjalnej M_A jest wyznaczana w doświadczeniach neutrinowych z całkowitego przekroju czynnego na kwazielastyczne rozpraszanie lub z różniczkowego jako funkcji Q^2. Uśredniona po doświadczeniach masa aksjalna wynosi $M_A = 1.026 \pm 0.02$ [BEM02]. Trzeba pamiętać, że dopasowanie wartości M_A zależy od przyjętych do procesu wartości g_A i elektromagnetycznych czynników postaci.

Niezmienniczość T

Jeżeli symetria odwrócenia czasu jest zachowana, to

$$\begin{aligned} |M(\alpha \to \beta)|^2 &= < \alpha|T^+|\beta >< \alpha|T|\beta > \\ &= |M(\beta' \to \alpha')|^2 =< \alpha'|T^+|\beta' >< \alpha'|T|\beta' > \end{aligned} \tag{2.75}$$

gdzie stany α' i β' są stanami odwróconymi czasowo odpowiadające stanom α i β i macierz T spełnia

$$T_{\alpha\beta} = T^{+}_{\alpha\beta} e^{i\delta\alpha\beta} \tag{2.76}$$

i wtedy

$$|M\left(\alpha \to \beta\right)|^2 = |M\left(\alpha' \to \beta'\right)|^2. \tag{2.77}$$

Wszystkie form faktory są rzeczywiste, poza arbitralnym czynnikiem fazowym, który dla wygody można przyjąć za rzeczywisty.

Elektromagnetyczne czynniki postaci

Form faktory są często zapisane w postaci form faktorów Sachsa:

$$\begin{aligned} F_V^1(q^2) &= \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} \left[G_E^V(q^2) - \frac{q^2}{4M^2} G_M^V(q^2)\right] \\ \xi F_V^2(q^2) &= \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} \left[G_M^V(q^2) - G_E^V(q^2)\right] \end{aligned}$$

Podręcznikowa, doświadczalna postać G_M i G_E to

$$G_D(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71GeV^2}\right)^2}, \tag{2.78}$$

$$G_E^V(Q^2) = G_D(Q^2), \tag{2.79}$$

$$G_M^V(Q^2) = G_D(Q^2)\left(1 + \mu_p + \mu_n\right). \tag{2.80}$$

Doświadczenia w SLAC i Jefferson Lab pozwoliły na dokładniejsze pomiary elektromagnetycznych czynników postaci neutronu i protonu. Przy wyznaczaniu neutronowych form faktorów korzysta się z doświadczeń rozpraszania elektronów na deuterze i helu, co jest źródłem błędów systematycznych.

Aby uwzględnić doświadczalne odchylenia od postaci dipolowej form faktorów wprowadzono ich inne parametryzacje, m.in. BBA03 [BBA03], BBBA05 [BBBA05] i Kelly [K04].

Bodek i in. w parametryzacji BBA03 dopasowali dane dla $G^p_{E,M}$ i G^n_M do postaci

$$G^N_{E,M}\left(Q^2\right) = \frac{G^N_{E,M}\left(Q^2 = 0\right)}{1 + a_2 Q^2 + a_4 Q^4 + a_6 Q^6 + \ldots}. \tag{2.81}$$

W tabeli 2.1 przedstawiłem wartości parametrów a_j. Te parametryzacja obowiązuje dla $Q^2 < 6\ GeV^2$. Dla $Q^2 > 6\ GeV^2$ stosunek G^p_E / G^p_M jest stały

$$G^p_E\left(Q^2\right) = G^p_M\left(Q^2\right) \frac{G^p_E\left(Q^2 = 6\ GeV^2\right)}{G^p_M\left(Q^2 = 6\ GeV^2\right)}. \tag{2.82}$$

	dane	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}	a_{12}
G_E^p	CS & Pol	3.253	1.422	0.08582	0.3318	-0.09371	0.01076
G_M^p	CS & Pol	3.104	1.428	0.1112	-0.006981	0.0003705	-0.07063e-05
G_E^p	CS	3.226	1.508	-0.3773	0.6109	-0.1853	0.01596
G_M^p	CS	3.188	1.354	0.1511	-0.01135	0.0005330	-0.9005e-05
G_M^n		3.043	0.8548	0.6806	-0.1287	0.008912	

Tablica 2.1: Współczynniki w form faktorach G_E^p, G_M^p, G_M^n w parametryzacji BBA03. Autorzy parametryzacji korzystali z danych na przekrój czynny i danych polaryzacyjnych eksperymentu w JLab (Hall A). Parametry form faktora elektrycznego neutronu z równania (2.83) równe są $a = 0.942$ i $b = 4.61$. Podane są dwa zestawy parametrów a_j dla $G_{E,M}^p$: CS oznacza, że są uwzględnione dane z przekrojów czynnych, a PL że dane polaryzacyjne.

Dla parametryzacji BBA03 i Kelly elektryczny czynnik postaci dla netronu

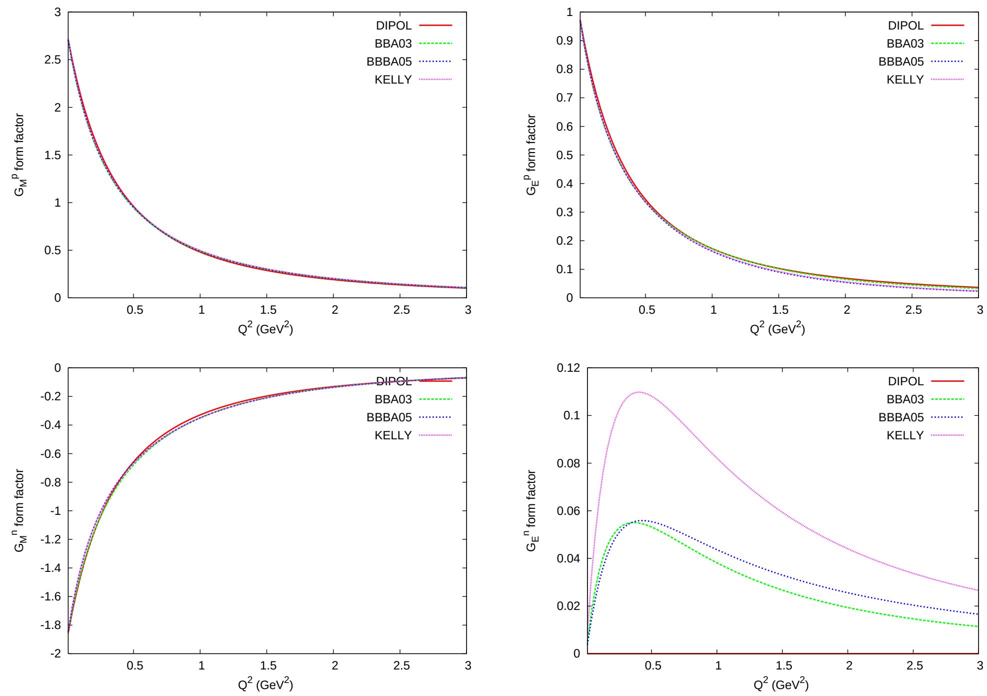
$$G_E^n\left(Q^2\right) = -\mu_n \frac{a\tau}{1+b\tau} G_D\left(Q^2\right), \ \tau = \frac{Q^2}{4M^2}, \tag{2.83}$$

gdzie dla zestawu BBA03: $a = 0.942$ i $b = 4.61$, a dla Kelly $a = 1.70 \pm 0.04$ i $b = 3.30 \pm 0.32$.

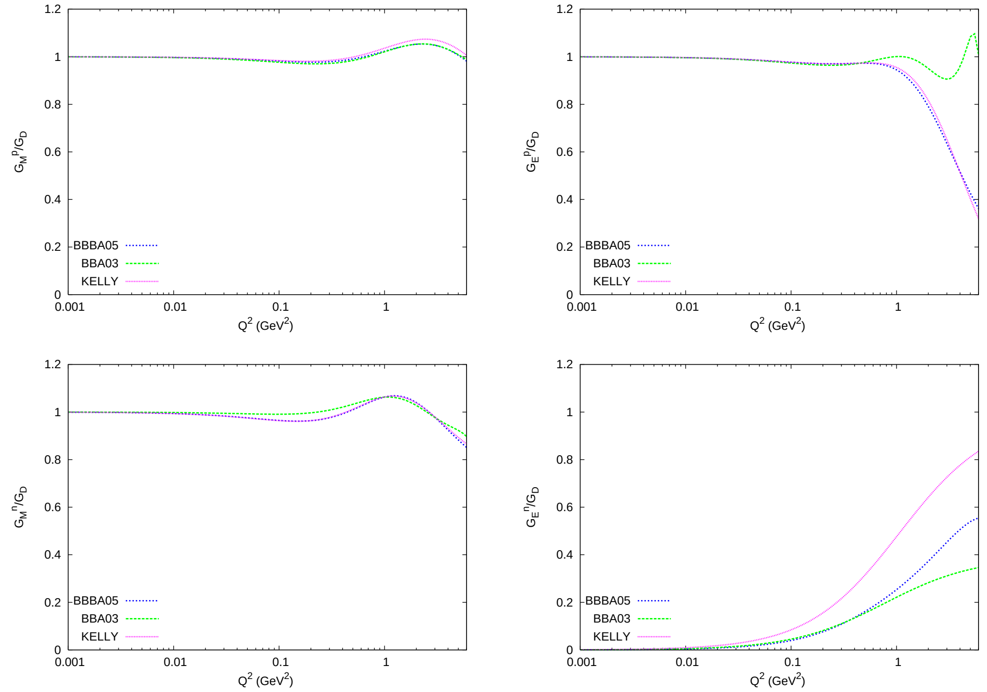
W celu poprawy zachowania czynników postaci dla dużych Q^2 korzysta się z dwóch innych parametryzacji form faktorów: BBBA05 [BBBA05] i Kelly [K04]

$$G\left(Q^2\right) = \frac{\sum\limits_{k=0}^{n} a_\tau \tau^k}{1 + \sum\limits_{k=1}^{n} b_\tau \tau^k}. \tag{2.84}$$

W tabelach 2.2 i 2.3 przedstawiłem wartości współczynników otrzymanych przez dopasowanie do parametryzacji w zestawach BBBA05 i Kelly. Na rysunku 2.2 przedstawiłem zachowanie form faktorów dla czterech powyżej opisanych parametryzacji. Parametryzacje te nie różnią się znacząco od siebie dla $Q^2 < 3\ GeV^2$. Tylko form faktor elektryczny neutronu ma istotnie rożne zachowanie w zależności od parametryzacji. Różnice pomiędzy parametryzacjami ujawniają się na rysunku 2.2, gdzie pokazałem odchylenie od postaci dipolowej dla bardzo dużych Q^2. Nie ma to jednak żadnego znaczenia dla oddziaływania neutrin.



Rysunek 2.4: Porównanie czterech parametryzacji form faktorów protonu i neutronu G_E, G_M dla oddziaływania przez prąd naładowany. Zestaw $DIPOL$ jest parametryzacją dipolową, a parametryzacje $BBA03$, $BBBA05$ i $KELLY$ mają postać opisaną w tekście.



Rysunek 2.5: Odchylenie wartości form faktorów od postaci dipolowej w przedziale do $Q^2 = 6\ GeV^2$.

	a_0	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3
G_E^p	1	0.0578 ± 0.166		11.1 ± 0.217	13.6 ± 1.39	33.0 ± 8.95
G_M^p/μ_p	1	0.150 ± 0.0312		11.1 ± 0.103	19.6 ± 0.281	7.54 ± 0.967
G_E^n	0	1.25 ± 0.368	1.30 ± 1.99	-9.86 ± 6.46	305 ± 28.6	-758 ± 77.5
G_M^n/μ_n	1	1.81 ± 0.402		14.1 ± 0.597	20.7 ± 2.55	68.7 ± 14.1

Tablica 2.2: Współczynniki w form faktorach G_E^p, G_M^p, G_M^n w parametryzacji BBBA05. Dla G_E^n dodatkowo niezerowy jest parametr $b_4 = 802 \pm 156$.

	a_0	a_1	b_1	b_2	b_3
G_E^p	1	-0.24 ± 0.12	10.98 ± 0.19	12.82 ± 1.1	21.97 ± 6.8
G_M^p/μ_p	1	0.12 ± 0.04	10.97 ± 0.11	18.86 ± 0.28	6.55 ± 1.2
G_M^n	1	2.33 ± 1.4	14.72 ± 0.19	24.20 ± 9.8	84.1 ± 41

Tablica 2.3: Współczynniki w form faktorach G_E^p, G_M^p, G_M^n w parametryzacji Kelly. Parametry form faktora elektrycznego neutronu z równania (2.83) są równe $a = 1.70 \pm 0.04$ i $b = 3.30 \pm 0.32$.

Przekrój czynny

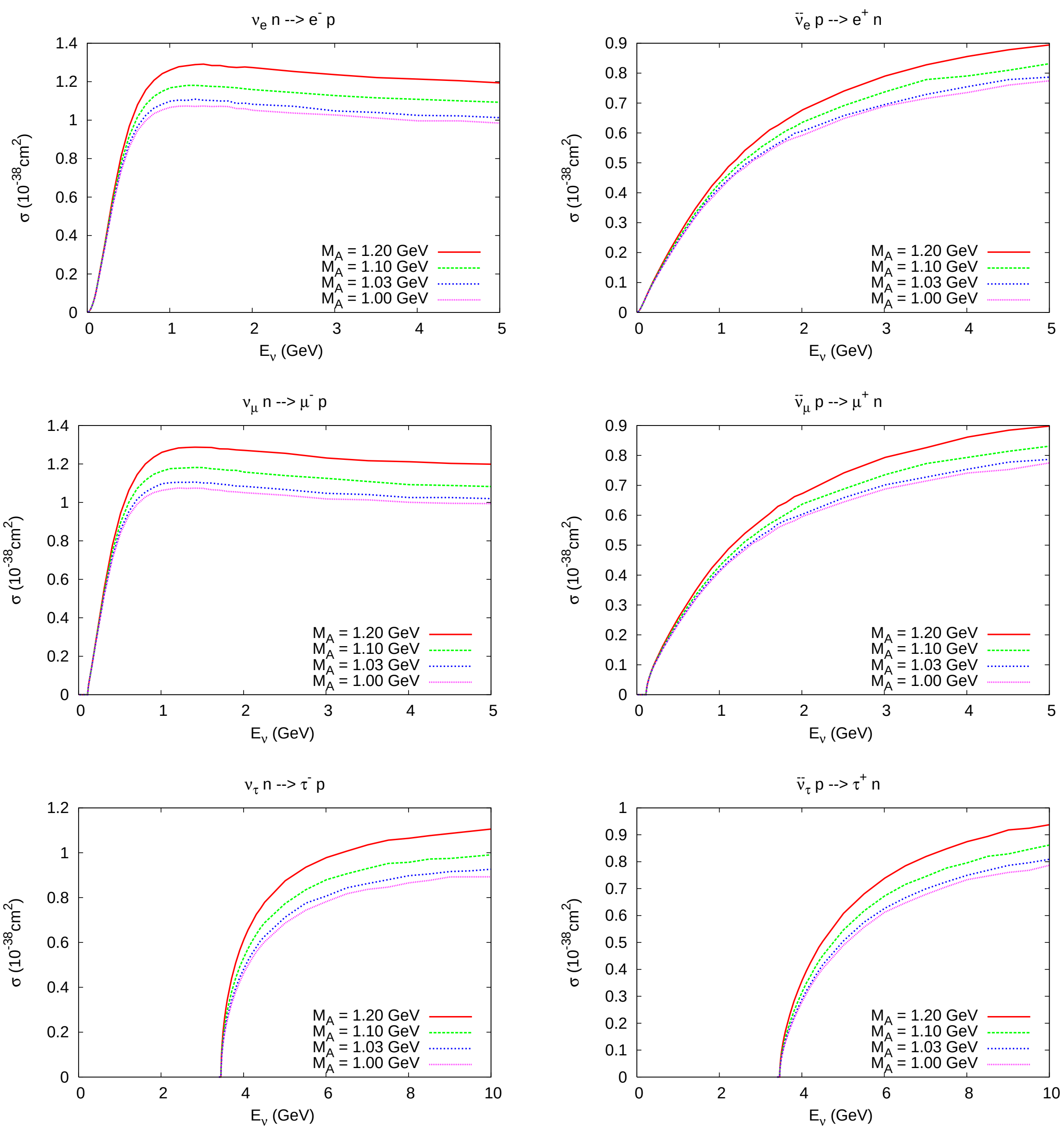
Po skorzystaniu z postaci Γ_λ (2.54) i z hipotez CVC i PCAC przekrój czyny ma postać:

$$\frac{d\sigma^{\nu,\bar{\nu}}}{d|q^2|} = \frac{M^2 G^2 \cos^2\theta_C}{8\pi E_\nu^2}\left[A(q^2) \mp B(q^2)\frac{(s-u)}{M^2} + C(q^2)\frac{(s-u)^2}{M^4}\right]. \tag{2.85}$$

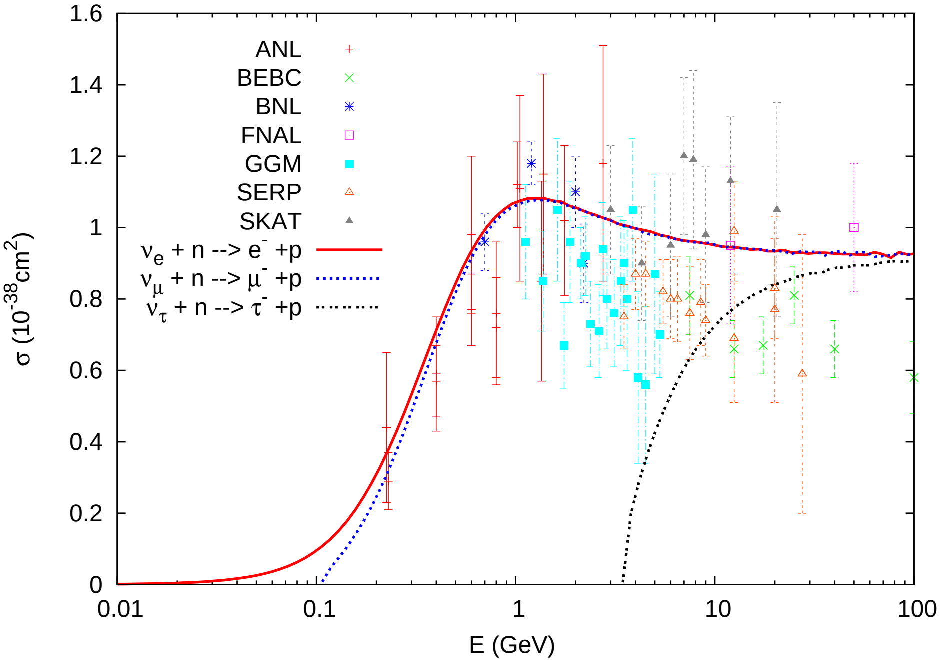
Funkcje $A,\ B,\ C$ są jawnie dane przez form faktory:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{(m^2-q^2)}{4M^2}\left[\left(4-\frac{q^2}{M^2}\right)F_A^2 - \left(4+\frac{q^2}{M^2}\right)\left(F_V^1\right)^2 - \frac{q^2}{M^2}\left(\xi F_V^2\right)^2\left(1+\frac{q^2}{4M^2}\right)\right.\\
&- \left.\frac{4q^2 F_V^1 \xi F_V^2}{M^2} - \frac{m^2}{M^2}\left(\left(F_V^1+\xi F_V^2\right)^2 + \left(F_A + 2F_p\right)^2 + \left(\frac{q^2}{M^2}-4\right)F_p^2\right)\right],\\
B &= -\frac{q^2}{M^2}F_A(F_V^1+\xi F_V^2),\\
C &= \frac{1}{4}\left[F_A^2 + \left(F_V^1\right)^2 - \frac{q^2}{M^2}\left(\frac{\xi F_V^2}{2}\right)^2\right],
\end{aligned}$$

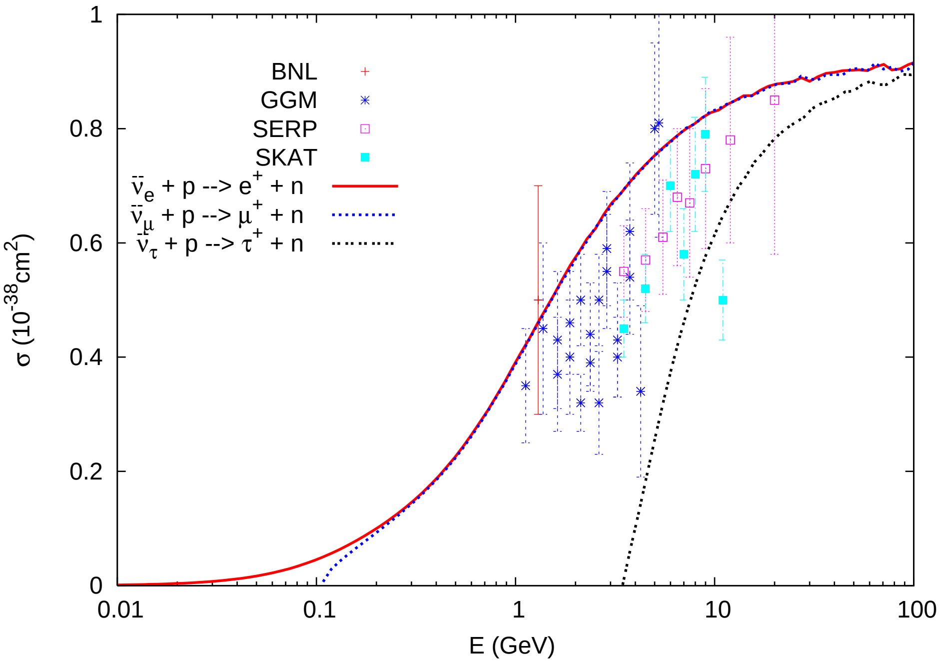
gdzie w przypadku oddziaływania przez prąd naładowany $s-u = 4ME - Q^2 - m_l^2$. W równaniu (2.85) znak minus odpowiada rozpraszaniu neutrin, a znak plus antyneutrin.



Rysunek 2.6: Przekrój czynny na kwazielastyczne rozpraszanie neutrin oraz antyneutrin na swobodnym nukleonie w zależność od wyboru masy aksjalnej $M_A = 1.0,\ 1.03,\ 1.10,\ 1.20\ GeV$*. Lewa kolumna przedstawia przekroje dla rozpraszania neutrin a prawa kolumna przekroje dla antyneutrin.*



Rysunek 2.7: Przekrój czynny na kwazielastyczne rozpraszanie neutrin elektronowych, mionowych i taonowych na swobodnym nukleonie dla masy aksjalnej $M_A = 1.03\ GeV$. Punkty doświadczalne odnoszą się do rozpraszania neutrin mionowych.



Rysunek 2.8: Przekrój czynny na kwazielastyczne rozpraszanie antyneutrin elektronowych, mionowych i taonowych na swobodnym nukleonie dla masy aksjalnej $M_A = 1.03\ GeV$. Punkty doświadczalne odnoszą się do rozpraszania neutrin mionowych.

Zależność wpływu masy aksjalnej na przekrój czynny przedstawiłem na rysunkach 2.6. Na rysunku 2.7 pokazałem przekrój czynny na rozpraszanie neutrino o trzech różnych zapachach na neutronie, a na rysunku 2.8 rozpraszanie antyneutrin na protonie. Wartość masy aksjalnej $M_A = 1.2\ GeV$ pojawia się analizie danych w doświadczeniu K2K [G06].

Granica wysokoenergetyczna

Przekrój czynny na rozpraszanie kwazielastyczne dla neutrin i antyneutrin już dla energii kilku GeV stabilizuje się i dąży do pewnej wielkości zależnej jedynie od parametrów $M_A,\ M_V$. Jak pokazano w pracy [A05] w granicy wysokich energii przy założeniu dipolowych czynników postaci formuła na przekrój czynny redukuje sie do

$$\sigma_\infty = \frac{G_F^2 \cos^2\theta_C}{6\pi}\left[M_V^2 + g_A^2 M_A^2 + 2M^2\frac{\mu^2-1}{(\rho-1)^2}\left(1-\frac{4}{\rho}\right) + 3M_V^2\frac{\mu^2-1}{(\rho-1)^3}\left(\frac{\rho\ln\rho}{\rho-1}-1\right)\right] \tag{2.86}$$

gdzie wprowadzono oznaczenia $\sqrt{\rho} = 2M/M_V$ i $\mu = \xi - 1$. Widać, że σ_∞ rośnie wraz ze wzrostem M_A.

Rozpraszanie kwazielastyczne ($\Delta Y = 1$)

W kwazielastycznym rozpraszaniu neutrin nie jest możliwy proces ze zmianą dziwności, ale dla antyneutrin jest to dozwolony. Prąd hadronowy dla

$$\nu(\bar{\nu})N \quad\to\quad l^-(l^+)Y$$

jest taki sam jak dla reakcji $\Delta Y = 0$, poza tym, że $\cos\theta_C \to \sin\theta_C$. W schemacie Cabibbo w granicy dokładnej symetrii $SU(3)$ prąd hadronowy dla trzech kanałów rozpraszania przez prąd naładowany ma postać

$$\begin{aligned}
<p|J_\lambda^+|n> &= \cos\theta\ \bar{u}\left(\gamma_\lambda(F_p^1 - F_n^1) + \frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu}{2M_p}(\mu_p F_p^2 - \mu_n F_n^2) + \gamma_\lambda\gamma_5 F_A + q_\lambda\gamma_5\frac{F_p}{M_p}\right)u \\
<p|J_\lambda^+|\Lambda> &= -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\ \bar{u}\left(\gamma_\lambda F_p^1 + \frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu}{M_p+M_\lambda}\mu_p F_p^2 + \frac{(1+2x)}{3}\gamma_\lambda\gamma_5 F_A + \frac{2q_\lambda\gamma_5 F_p}{M_p+M_\Lambda}\right)u \\
<p|J_\lambda^+|\Sigma^-> &= \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\ \bar{u}\left(\gamma_\lambda(F_p^1 + 2F_n^1) + \frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu}{M_p+M_\Sigma}(\mu_p F_p^2 + \mu_n F_n^2)\right. \\
&- \left.(1-2x(q^2))\left[\gamma_\lambda\gamma_5 F_A + \frac{2q_\lambda\gamma_5 F_p}{M_p+M_\Sigma}\right]\right)u
\end{aligned}$$

gdzie $F_p^{1,2}$ i $F_n^{1,2}$ są odpowiednio elektromagnetycznymi form faktorami protonu i neutronu. Wielkość x mierzy stosunek F/D, gdzie F i D są stałymi, które wyznaczają elementy macierzowe słabego prądu aksjalnego dla stanów różnych hiperonów należących do oktetu $SU(3)$. Z dopasowania do danych doświadczalnych znaleziono, że [PDG]

$$F = 0.463 \pm 0.008, \quad D = 0.804 \pm 0.008. \tag{2.87}$$

Niezmienniczość T ponownie implikuje, że wszystkie form faktory są względnie rzeczywiste. Przyjmując $m = 0$, różniczkowy przekrój czynny jest wyrażeniem podobnym do tego w przypadku $\Delta Y = 0$, ale z różnymi masami barionów początkowego i końcowego

$$\frac{d\sigma^{\nu\bar{\nu}}}{d|q^2|} = \frac{G^2 \sin^2\theta_C}{32M^2\pi E^2}\left(-8M^2q^2\omega_1'' - 4\left(\frac{M_2}{M_1}\nu^2 - q^2\right)\omega_2'' \pm 2(s-u)q^2\omega_3'' + (s-u)^2\omega_2''\right), \tag{2.88}$$

$$\begin{aligned}
\nu &= \frac{q\cdot p}{M_1} = (E - E'), \quad M_2^2 = M_1^2 + 2M_1\nu + q^2 \\
\omega_1'' &= \frac{(M_-^2 - q^2)}{4M^2}\left(F_V^1 + \xi F_V^2\right)^2 + \frac{(M_+^2 - q^2)}{4M^2}F_A^2 \\
\omega_2'' &= F_A^2 + \left(F_V^1 + \xi F_V^2 - \frac{M_+\xi F_V^2}{2M}\right)^2 - \frac{q^2}{M^2}\left(\frac{\xi F_V^2}{2}\right)^2 - \frac{q^2}{M^2} \\
\omega_3'' &= 2F_A(F_V^1 + \xi F_V^2) \\
M_\pm &= \sqrt{M_1^2 + 2M_1\nu + q^2} \pm M_1 = M_2 \pm M_1.
\end{aligned}$$

Zgodnie z regułą wyboru $\Delta Y = \Delta Q = \pm 1$ jedynymi reakcjami tego typu na neutronie lub protonie są:

$$\begin{aligned}
\bar{\nu}p &\rightarrow \Lambda\mu^+, \\
\bar{\nu}n &\rightarrow \Sigma^-\mu^+, \\
\bar{\nu}p &\rightarrow \Sigma^0\mu^+.
\end{aligned}$$

Z zasady $\Delta I = 1/2$ wiemy, że:

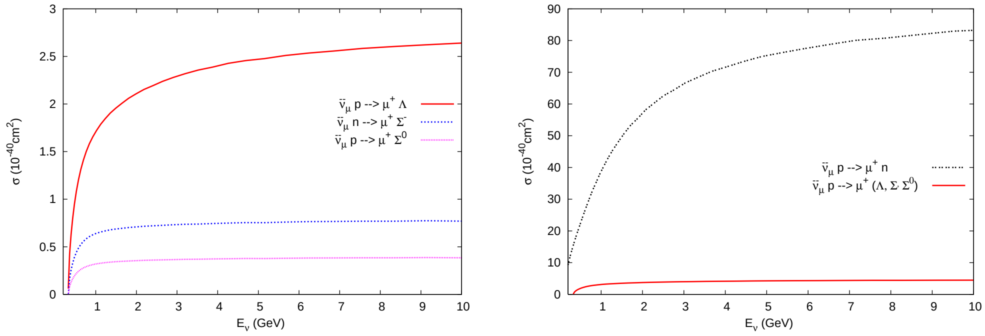
$$d\sigma\left(\Sigma^0\right) = \frac{1}{2}\, d\sigma\left(\Sigma^-\right). \tag{2.89}$$

Na rysunku 2.9 przedstawiłem całkowity przekrój czynny dla trzech kwazielastycznych kanałów rozpraszania antyneutrin z produkcją dziwnych barionów i porównanie z rozpraszaniem kwazielastycznym $\Delta Y = 0$. Przekrój czynny, pomimo że mały nie jest zaniedbywalny.

Rozpraszanie Elastyczne

Rozpraszanie elastyczne neutrin to proces binarny, zachodzący przez prąd neutralny:

$$\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + N. \tag{2.90}$$



Rysunek 2.9: Z lewej strony rysunek całkowitego przekroju czynnego na kwazielastyczne rozpraszanie antyneutrin z produkcją barionów dziwnych Λ, Σ^0 i Σ^-. Z prawej strony rysunek przekroju czynnego na rozpraszanie kwazielastyczne antyneutrino bez zmiany hiperładunku i sumy przekrojów czynnych na kwazielastyczną produkcję dziwnego barionu Λ, Σ^0 lub Σ^-.

W Modelu Standardowym przy rozważaniu wkładów od trzech kwarków u, d i s, słaby prąd hadronowy uczestniczący w procesie (2.90), można zapisać jako

$$j_\mu^{NC} = V_\mu^{NC} + A_\mu^{NC} = V_\mu^3 - 2\sin^2(\theta_W)\, j_\mu^{em} - \frac{1}{2}V_\mu^s + A_\mu^3 - \frac{1}{2}A_\mu^s, \tag{2.91}$$

gdzie

$$V_\mu^3 = \frac{1}{2}\left\{\bar{u}\gamma_\mu u - \bar{d}\gamma_\mu d\right\} \tag{2.92}$$
$$A_\mu^3 = \frac{1}{2}\left\{\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5 d\right\} \tag{2.93}$$

a j_μ^{em} jest prądem elektromagnetycznym. Prądy dziwne są zdefiniowana jako:

$$V_\mu^s = \bar{s}\gamma_\mu s, \tag{2.94}$$
$$A_\mu^s = \bar{s}\gamma_\mu\gamma_5 s. \tag{2.95}$$

Przekrój czynny dla rozpraszania elastycznego zależy od elementów macierzowych neutralnego prądu słabego, wziętego między stanami nukleonu z początkowym pędem p i końcowym pędem p'. Struktura składników nukleonu może być sparametryzowana za pomocą trzech form faktorów:

$$\begin{aligned} < N(p')|V_\mu^{NC}|N(p) > &= \bar{u}(p')\left[\gamma_\mu F_1^{NC;N}(Q^2) + \frac{i}{2M}\sigma_{\mu\nu}q^\nu F_2^{NC;N}(Q^2)\right]u(p) \\ < N(p')|A_\mu^{NC}|N(p) > &= \bar{u}(p')\gamma_\mu\gamma_5 F_A^{NC;N}(Q^2)u(p) \end{aligned} \tag{2.96}$$

Przekrój czynny na rozpraszanie przez prąd neutralny ma taką samą postać jak w przypadku prądu naładowanego (2.85)

$$\frac{d\sigma^{\nu,\bar{\nu}}}{d|q^2|} = \frac{M^2G^2}{8\pi E_\nu^2}\left[A(q^2) \mp B(q^2)\frac{(s-u)}{M^2} + C(q^2)\frac{(s-u)^2}{M^4}\right] \tag{2.97}$$

gdzie funkcje $A,\ B,\ C$ są dane jawnie przez form faktory:

$$\begin{aligned} A &= \frac{-q^2}{4M^2}\left[\left(4-\frac{q^2}{M^2}\right)\left(F_A^{NC}\right)^2-\left(4+\frac{q^2}{M^2}\right)\left(F_1^{NC;N}\right)^2\right. \\ &- \left.\frac{q^2}{M^2}\left(\xi F_2^{NC;N}\right)^2\left(1+\frac{q^2}{4M^2}\right)-\frac{4q^2F_1^{NC;N}\xi F_2^{NC;N}}{M^2}\right] \quad (2.98) \\ B &= -\frac{q^2}{M^2}F_A^{NC;N}\left(F_1^{NC;N}+\xi F_2^{NC;N}\right) \quad (2.99) \\ C &= \frac{1}{4}\left[\left(F_A^{NC;N}\right)^2+\left(F_1^{NC;N}\right)^2-\frac{q^2}{M^2}\left(\frac{\xi F_2^{NC;N}}{2}\right)^2\right] \quad (2.100) \end{aligned}$$

$$s-u=4ME-Q^2 \quad (2.101)$$

Korzystając z (2.91) from faktory $F_{1,2}^{NC;p(n)}$ można zapisać w postaci

$$F_{1,2}^{NC;N}(Q^2)=\pm\frac{1}{2}\left[F_{1,2}^p(Q^2)-F_{1,2}^n(Q^2)\right]-2\sin^2\left(\theta_W\right)F_{1,2}(Q^2)-\frac{1}{2}F_{1,2}^s(Q^2), \quad (2.102)$$

gdzie $F_{1,2}^{p(n)}$ są protonowymi (neutronowymi) elektromagnetycznymi form faktorami, a znak plus odpowiada protonowi i minus neutronowi. Korzystając z równań (2.66-2.69) otrzymujemy

$$\begin{aligned} 2F_{1,2}^{NC;p} &= \left(1-4\sin^2\theta_W\right)F_{1,2}^p-F_{1,2}^n-F_{1,2}^s, \quad (2.103) \\ 2F_{1,2}^{NC;n} &= \left(1-4\sin^2\theta_W\right)F_{1,2}^n-F_{1,2}^p-F_{1,2}^s. \quad (2.104) \end{aligned}$$

Można użyć form faktorów Sachsa, które mają postać:

$$\begin{aligned} G_M^{p,n} &= \frac{F_1^{p,n}+F_2^{p,n}}{1+\frac{Q^2}{4M^2}}, \quad (2.105) \\ G_E^{p,n} &= \frac{F_1^{p,n}-\frac{Q^2}{4M^2}F_2^{p,n}}{1+\frac{Q^2}{4M^2}}. \quad (2.106) \end{aligned}$$

Form faktor aksjalny:

$$2F_A^{NC;N}=\pm F_A+F_A^s. \quad (2.107)$$

Dla dziwnych czynników postaci przyjmuje się postać dipolową:

$$\begin{aligned} F_1^s &= \frac{F_1^s(0)}{\left(1+\frac{Q^2}{4M^2}\right)\left(1+\frac{Q^2}{M_V^2}\right)^2} \quad (2.108) \\ F_2^s &= \frac{F_1^s(0)}{\left(1+\frac{Q^2}{4M^2}\right)\left(1+\frac{Q^2}{M_V^2}\right)^2} \quad (2.109) \\ F_A^s &= \frac{\Delta s}{\left(1+\frac{Q^2}{M_A^2}\right)^2} \quad (2.110) \end{aligned}$$

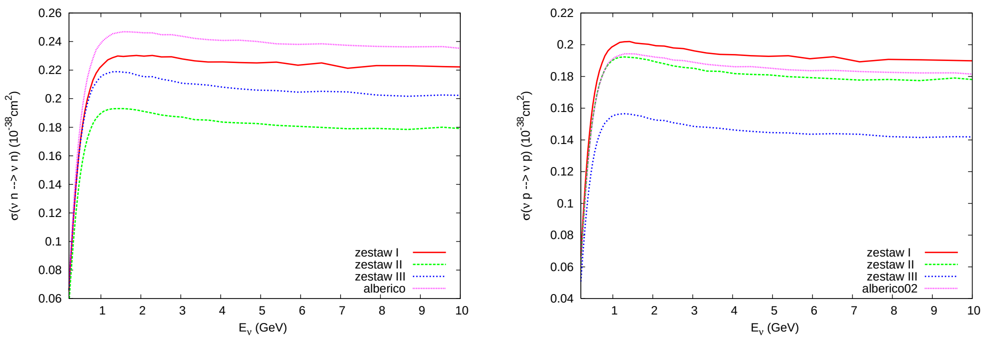
	zestaw I	zestaw II	zestaw III	Alberico02
$F_1^s(0)$	0.53 ± 0.70	0	0	0.49
$F_2^s(0)$	-0.40 ± 0.72	0	0	-0.39
Δs	-0.21 ± 0.10	-0.15 ± 0.07	0	-0.13
$M_A(GeV)$	1.012 ± 0.032	1.049 ± 0.019	1.03	1.049

Tablica 2.4: Trzy zestawy dopasowań dziwnych form faktorów. Zestawy I, II i III są wzięte z pracy [GLW93], ale zestaw trzeci jest zestawem testowym przyjmującym zerowy wkład dla $Q^2 = 0$ i masę aksjalną taką jak dla elektromagnetycznych form faktorów dla prądu naładowanego. Czwarty zestaw jest wzięty z późniejszej analizy [ABC02].

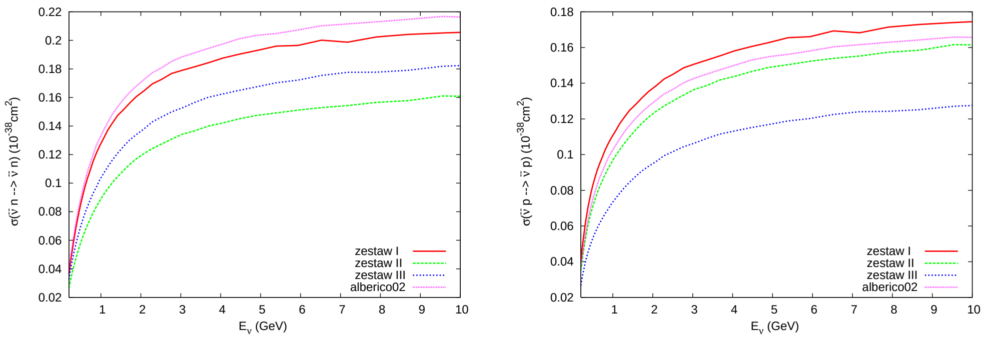
gdzie $F_1^s(0) = -\frac{1}{6}\left\langle r_s^2 \right\rangle$ i $F_2^s(0) = \mu_s$, $\left\langle r_s^2 \right\rangle$ - promień dziwności, a μ_s to dziwny moment magnetyczny nukleonu. Δs jest wkładem dziwności do spinu nukleonu. Dla parametryzacji form faktorów wybiera się $M_V = 0.843\ GeV$. Korzystam z parametryzacji GLW93 [GLW93] i bardziej współczesnej analizy [ABC02], gdzie przy wyznaczaniu dziwnych czynników postaci skorzystano także z danych rozpraszania przez prąd naładowany.

Na rysunku 2.10 przedstawiłem przekrój czynny na rozpraszanie neutrin na protonie i neutronie dla trzech zestawów form faktorów z pracy [GLW93] i jednego zestawu z pracy [ABC02]. Na rysunku 2.11 przekrój czynny dla antyneutrino. Można zauważyć, że dla zestawu I i zestawu alberico02 tj. dla dziwnych czynników postaci otrzymanych w bardziej wyrafinowanej analizie, przekrój czynny jest większy niż w przypadku pozostałych zestawów. Jednocześnie dla zestawu alberico02 przekrój czynny jest wyższy dla neutronu, a dla protonu to zestaw I daje wyższe przewidywania. Na rysunku 2.12 przedstawiłem stosunek przekrojów czynnych na rozpraszanie na protonie do rozpraszania na neutronie dla neutrin i antyneutrin, a na rysunku 2.13 stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie elastyczne neutrina na protonie do przekroju czynnego na kwazielastyczne rozpraszanie neutrina .

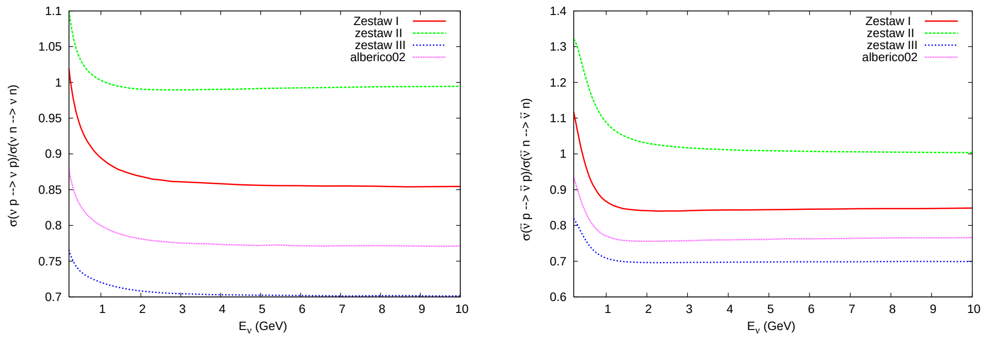
Brak jest danych doświadczalnych by rozstrzygnąć, który wybór czynników postaci jest najlepszy.



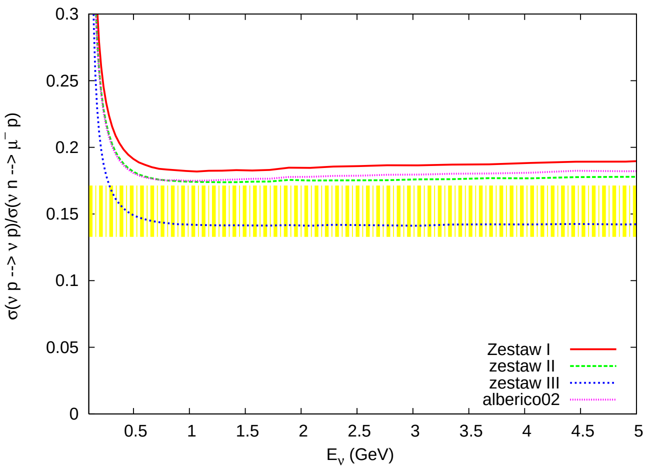
Rysunek 2.10: Przekrój czynny na rozpraszanie elastyczne neutrin na protonie (z prawej strony) i neutronie (z lewej strony).



Rysunek 2.11: Przekrój czynny na rozpraszanie elastyczne antyneutrin na protonie (z prawej strony) i neutronie (z lewej strony).



Rysunek 2.12: Stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie elastyczne na protonie do przekroju czynnego na neutronie.



Rysunek 2.13: Stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie elastyczne neutrina na protonie do przekroju czynnego na kwazielastyczne rozpraszanie neutrina. Żółty pas oznacza dane z [A87]

2.3 Wzbudzenie rezonansów i produkcja pojedynczych pionów

Po dyskusji procesów binarnych przejdę do bardziej nieelastycznych procesów: wzbudzenia rezonansów. Dla energii neutrin rzędu kilku GeV, dominującym nieelastycznym kanałami są kanały produkcji pojedynczych pionów. Największy przyczynek do przekroju czynnego pochodzi od wzbudzenia rezonansu $\Delta(1232)$, który rozpada się na nukleon i pion. Procesy produkcji pojedynczych pionów w wyniku rozpadu rezonansu Δ to

neutrino CC

$$\nu + p \quad \rightarrow \quad \mu^- + (\Delta^{++} \hookrightarrow \quad p + \pi^+) \tag{2.111}$$
$$\nu + n \quad \rightarrow \quad \mu^- + (\Delta^{+} \hookrightarrow \quad p + \pi^0) \tag{2.112}$$
$$\nu + n \quad \rightarrow \quad \mu^- + (\Delta^{+} \hookrightarrow \quad n + \pi^+) \tag{2.113}$$

antyneutrino CC

$$\bar{\nu} + p \quad \rightarrow \quad \mu^+ + (\Delta^{0} \hookrightarrow \quad n + \pi^0) \tag{2.114}$$
$$\bar{\nu} + p \quad \rightarrow \quad \mu^+ + (\Delta^{0} \hookrightarrow \quad p + \pi^-) \tag{2.115}$$
$$\bar{\nu} + n \quad \rightarrow \quad \mu^+ + (\Delta^{-} \hookrightarrow \quad n + \pi^-) \tag{2.116}$$

neutrino i antyneutrino NC

$$\nu(\bar{\nu}) + p \quad \rightarrow \quad \nu(\bar{\nu}) + (\Delta^{+} \hookrightarrow \quad p + \pi^0) \tag{2.117}$$

$$\nu(\bar{\nu}) + p \quad \rightarrow \quad \nu(\bar{\nu}) + (\Delta^+ \hookrightarrow \quad n + \pi^+) \tag{2.118}$$
$$\nu(\bar{\nu}) + n \quad \rightarrow \quad \nu(\bar{\nu}) + (\Delta^0 \hookrightarrow \quad p + \pi^-) \tag{2.119}$$
$$\nu(\bar{\nu}) + n \quad \rightarrow \quad \nu(\bar{\nu}) + (\Delta^0 \hookrightarrow \quad n + \pi^0) \tag{2.120}$$

Trzeba tez pamiętać, że pojedynczy pion może być również wytworzony bez wzbudzenia rezonansu (tzw. tło nierezonansowe). Teoria elektro- i foto-produkcji rezonansów jest dobrze znana.

Dla neutrin o energii kilku GeV produkcja pojedynczych pionów zachodzi głównie przez wzbudzenie rezonansu $\Delta(1232)$, znanego w literaturze jako P_{33}. Jednak niezaniedbywalny wkład do produkcji pionów pochodzi także od rezonansów o izospinie 1/2 takich jak $N(1440)$ i $N(1535)$.

Korzystając ze współczynników Clebsha-Gordana można pokazać, że amplitudy produkcji pojedynczych pionów mają postać [FN79]:

$$A\left(\mu^- + p + \pi^+\right) = A_3^{CC} \tag{2.121}$$
$$A\left(\mu^- + n + \pi^+\right) = 1/3A_3^{CC} + 2\sqrt{2}/3A_1^{CC} \tag{2.122}$$
$$A\left(\mu^- + p + \pi^0\right) = -\sqrt{2}/3A_3^{CC} + 2/3A_1^{CC} \tag{2.123}$$
$$A\left(\nu_\mu + p + \pi^0\right) = \sqrt{2}/3A_3^{NC} + 1/3A_1^{NC} + 1/3A_1^0 \tag{2.124}$$
$$A\left(\nu_\mu + n + \pi^+\right) = -1/3A_3^{NC} + \sqrt{2}/3A_1^{NC} + \sqrt{2}/3A_1^0 \tag{2.125}$$
$$A\left(\nu_\mu + n + \pi^0\right) = \sqrt{2}/3A_3^{NC} + 1/3A_1^{NC} - 1/3A_1^0 \tag{2.126}$$
$$A\left(\nu_\mu + p + \pi^-\right) = 1/3A_3^{NC} - \sqrt{2}/3A_1^{NC} + \sqrt{2}/3A_1^0 \tag{2.127}$$

$A_3^{CC,NC}$ jest amplitudą dla stanu końcowego o izospinie 3/2, a $A_1^{CC,NC}$ jest sumą amplitud na produkcję stanów końcowych o izospinie 1/2. A_1^0 jest sumą wkładów izoskalarnych.

Amplitudy dla prądu neutralnego A_3^{NC}, A_1^{NC}, A_1^0 mogą być wyprowadzone z odpowiednich amplitud prądu naładowanego A_3^{CC} i A_1^{CC} przez przeskalowanie form faktorów wektorowego i aksjalnego. W przypadku amplitud A_3^{NC} i A_1^{NC} form faktory wektorowy i aksjalny prądu naładowanego trzeba pomnożyć odpowiednio przez $1 - 2\sin^2\theta_W$ i przez 1. Dla A_1^0 należy pomnożyć przez $-2/3\sin\theta_W$ i 0.

W tym rozdziale brany jest wkład tylko od rezonansu Δ o izospinie 3/2 i dlatego relacje między amplitudami redukują sie do

$$A\left(\mu^- + p + \pi^+\right) = A_3^{CC} \tag{2.128}$$
$$A\left(\mu^- + n + \pi^+\right) = 1/3A_3^{CC} \tag{2.129}$$
$$A\left(\mu^- + p + \pi^0\right) = -\sqrt{2}/3A_3^{CC} \tag{2.130}$$
$$A\left(\nu_\mu + p + \pi^0\right) = \sqrt{2}/3A_3^{NC} \tag{2.131}$$
$$A\left(\nu_\mu + n + \pi^+\right) = -1/3A_3^{NC} \tag{2.132}$$

$$A\left(\nu_\mu + n + \pi^0\right) = \sqrt{2}/3A_3^{NC} \tag{2.133}$$

$$A\left(\nu_\mu + p + \pi^-\right) = 1/3A_3^{NC} \tag{2.134}$$

Przekrój czynny

Prąd hadronowy zawiera form faktory wektorowy i aksjalny. Wygodną parametryzacja jest

$$< \Delta^{++}|J^\nu|p >= \sqrt{3}\bar{\psi}_\lambda(P)d^{\lambda\nu}u(p), \tag{2.135}$$

gdzie ψ_λ jest spinorem Rarity-Schwingera, $u(p)$ spinorem Diraca, a $d^{\lambda\nu}$ ma postać

$$\begin{aligned} d^{\lambda\nu} &= g^{\lambda\nu}\left[\frac{C_3^V}{M}\not{q} + \frac{C_4^V}{M^2}(Pq) + \frac{C_5^V}{M^2}(pq) + C_6^V\right]\gamma_5 - q^\lambda\left[\frac{C_3^V}{M}\gamma^\nu + \frac{C_4^V}{M^2}P^\nu + \frac{C_5^V}{M^2}p^\nu\right]\gamma_5 \\ &+ g^{\lambda\nu}\left[\frac{C_3^A}{M}\not{q} + \frac{C_4^A}{M^2}(Pq)\right] - q^\lambda\left[\frac{C_3^A}{M}\gamma^\nu + \frac{C_4^A}{M^2}P^\nu\right] + g^{\lambda\nu}C_5^A + q^\lambda q^\nu\frac{C_6^A}{M^2} \end{aligned} \tag{2.136}$$

Tensor hadronowy ma postać

$$H_\Delta^{\nu\mu} = \frac{1}{2}Tr\left[(\not{p} + M)\,\tilde{d}^{\nu\alpha}\Lambda_{\alpha\beta}d^{\beta\mu}\right], \tag{2.137}$$

gdzie

$$\tilde{d}_{\nu\alpha} = \gamma_0 d_{\nu\alpha}^\dagger\gamma_0. \tag{2.138}$$

$\Lambda_{\alpha\beta}$ jest operatorem rzutowania dla spinu 3/2

$$\Lambda_{\alpha\beta} = -\left(\gamma^\mu P_\mu + \sqrt{P^2}\right)\left(g_{\alpha\beta} - \frac{2}{3}\frac{P_\alpha P_\beta}{P^2} + \frac{1}{3}\frac{P_\alpha\gamma_\beta - P_\beta\gamma_\alpha}{\sqrt{P^2}} - \frac{1}{3}\gamma_\alpha\gamma_\beta\right). \tag{2.139}$$

Do wyznaczenia form faktorów $C_i^{V,A}$ przejścia $N-\Delta$ stosuje się dwa podejścia. Podejście fenomenologiczne polega na wyznaczeniu parametrów z doświadczeń elektronowych i neutrinowych, ale można je też wyliczyć z pierwszych zasad, korzystając z modelu kwarkowego.

Tak jak w przypadku rozpraszania kwazielastycznego, skorzystam z podejścia fenomenologicznego. Wektorowe form faktory C_i^V są jak poprzednio związane z elektromagnetycznymi czynnikami postaci. Hipoteza zachowanego prądu wektorowego (CVC) wymaga, aby $C_6^V = 0$. Z danych doświadczalnych mamy [HHM95, LMZ95]

$$C_5^V = 0 \tag{2.140}$$

$$C_4^V = -\frac{M}{M_\Delta}C_3^V \tag{2.141}$$

$$C_3^V = \frac{2.05}{\left(1 - q^2/0.54GeV^2\right)^2}. \tag{2.142}$$

Aksjalne form faktory $C_i^A, i = 3, 4, 5$ są wyznaczone przez dopasowanie istniejących danych różniczkowych przekrojów czynnych $d\sigma/dq^2$ rozpraszania neutrin. Ich znajomość jest oczywiście znacznie gorsza. C_6^A jest wyznaczony przez C_5^A dzięki hipotezie PCAC

$$C_6^A = C_5^A \frac{M^2}{m_\pi^2 - q^2}. \tag{2.143}$$

Wartości form faktorów używane w moich obliczeniach numerycznych to

$$C_{i=3,4,5}^A(q^2) = C_i^A(0)\left[1 - \frac{a_i q^2}{b_i - q^2}\right]\left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2}, \tag{2.144}$$

gdzie

$$\begin{aligned} C_3^A(0) &= 0 && (2.145)\\ C_4^A(0) &= -0.3 && (2.146)\\ C_5^A(0) &= 1.2 && (2.147)\\ a_4 &= a_5 = -1.21 && (2.148)\\ b_4 &= b_5 = 2GeV^2 && (2.149) \end{aligned}$$

a M_A jest traktowany jako wolny parametr. Powyższe wartości zostały dopasowane do danych z [K86, K90, R82, A80, B79]

Różniczkowy przekrój czynny dla procesu wzbudzenia rezonansu ma postać

$$\frac{d\sigma}{dW dQ^2} = \frac{G_F^2 \cos^2\theta_C}{16\pi} \frac{W}{(s - M^2)^2} \delta\left(W^2 - M_\Delta^2\right) L^{\alpha\beta} W_{\alpha\beta} \tag{2.150}$$

Szerokość rezonansu jest uwzględniona w przekroju czynnym przez zamianę delty $\delta\left(W^2 - M_\Delta^2\right)$ na

$$\delta\left(W^2 - M_\Delta^2\right) \to \left(-\frac{1}{\pi}\right) Im\left(\frac{1}{W^2 - M_\Delta^2 + iW\Gamma}\right), \tag{2.151}$$

a zatem

$$\delta\left(W^2 - M_\Delta^2\right) \to \left(-\frac{M_\Delta \Gamma_\Delta}{\pi}\right) \frac{1}{\left(W^2 - M_\Delta^2\right)^2 + M_\Delta^2 \Gamma_\Delta^2}. \tag{2.152}$$

W pobliżu maksimum rezonansowego $W \approx M_\Delta$ i można stosować przybliżenie

$$\left(W^2 - M_\Delta^2\right)^2 = \left(W^2 + M_\Delta^2\right)\left(W^2 - M_\Delta^2\right) \approx 4M_\Delta^2\left(W^2 - M_\Delta^2\right) \tag{2.153}$$

szerokość rezonansu można uwzględnić korzystając z funkcji Breita-Wignera

$$g(W) = \frac{\Gamma_\Delta/2}{(W - M_\Delta)^2 + \Gamma_\Delta^2/4}. \tag{2.154}$$

Szerokość Γ_Δ rezonansu rozpadającego się na parę nukleon-pion ma postać

$$\Gamma_\Delta = \Gamma_0 \frac{q_{cm}(W)^3}{q_{cm}(M_\Delta)^3} \frac{M_\Delta}{W}, \tag{2.155}$$

gdzie $\Gamma_0 = 120\ MeV$, a q_{cm} jest wartością pędu pionu w układzie spoczynkowym rezonansu

$$q_{cm} = \frac{\sqrt{\left(W^2 - m_\pi^2 - M\right)^2 - 4m_\pi^2 M^2}}{2W}. \tag{2.156}$$

Przekrój czynny po uwzględnieniu rozmycia masy rezonansu ma ogólną postać

$$\frac{d\sigma}{dW dQ^2} = G_F^2 \cos^2\theta_C \frac{Wg(W)}{\pi^2 M E^2} \left[-\left(Q^2 + m^2\right) W_1 + \frac{W_2}{M^2} \left(2\left(pq\right)\left(pk'\right) \frac{M^2}{2}\left(Q^2 + m^2\right) \right) \right.$$
$$\left. - \frac{W_3}{M^2} \left(Q^2\left(kp\right) - \frac{1}{2}\left(Q^2 + m^2\right)\left(pq\right) \right) + \frac{W_4}{M^2}\frac{m^2}{2}\left(Q^2 + m^2\right) - \frac{W_5}{M^2} m^2 \left(kp\right) \right] \tag{2.157}$$

Funkcje skalarne W_i w ogólnym tensorze hadronowym są związane z funkcjami struktury dla rezonansu przez :

$$W_i = \frac{V_i}{2MM_\Delta},\ (i = 1, ..., 4) \quad W_5 = \frac{V_5}{MM_\Delta}, \quad V_6 = 0 \tag{2.158}$$

Funkcje struktury mają postać:

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{\left(C_3^V\right)^2}{M^2} \frac{2}{M_\Delta^2} \left[\left(qp - Q^2\right)^2 \left(qp + M^2\right) + M_\Delta^2 \left((qp)^2 + Q^2 M^2 + Q^2 M M_\Delta \right) \right] \\
&+ 2\frac{\left(C_4^V\right)^2}{M^4} \left(qp - Q^2\right)^2 \left(qp + M^2 - MM_\Delta\right) \\
&+ \frac{C_4^V C_3^{V2}}{M^3} \frac{2}{M_\Delta} \left(qp - Q^2\right) \left[\left(qp - Q^2\right)\left(qp + M^2 - 2MM_\Delta\right) + M_\Delta^2 qp \right] \\
&+ 2\left[\frac{\left(C_4^A\right)^2}{M^4} \left(qp - Q^2\right)^2 + \left(C_5^A\right)^2 + 2\frac{C_4^A C_5^A}{M^2}\left(qp - Q^2\right) \right] \left(qp + M^2 + MM_\Delta\right)
\end{aligned} \tag{2.159}$$

$$\begin{aligned}
V_2 &= \left(C_3^V\right)^2 \frac{2}{M_\Delta^2} Q^2 \left[qp + M^2 + M_\Delta^2 \right] + \frac{2\left(C_4^A\right)^2}{M^2} Q^2 \left[qp + M^2 M M_\Delta \right] \\
&+ \frac{2C_3^V C_4^V}{MM_\Delta} Q^2 \left[qp + \left(M_\Delta - M\right)^2 \right] + 2\left[\left(C_5^A\right)^2 \frac{M^2}{M_\Delta^2} + \frac{\left(C_4^A\right)}{M^2} Q^2 \right] \left[qp + M^2 M_\Delta^2 \right]
\end{aligned} \tag{2.160}$$

$$\begin{aligned}
V_3 &= \frac{4}{M_\Delta} \left[-\frac{C_3^V C_4^V}{M} \left(qp - Q^2\right) - C_3^V C_5^A M \right] \left[2M_\Delta^2 + 2MM_\Delta + Q^2 - qp \right] \\
&+ 4\left(qp - Q^2\right) \left[\frac{C_4^V C_4^A}{M^2} \left(qp - Q^2\right) - C_4^V C_5^A \right]
\end{aligned} \tag{2.161}$$

Powyższe form faktory są dominujące. Dodatkowo mamy dwa form faktory, których wkład do przekroju czynnego jest proporcjonalny do kwadratu masy leptonu

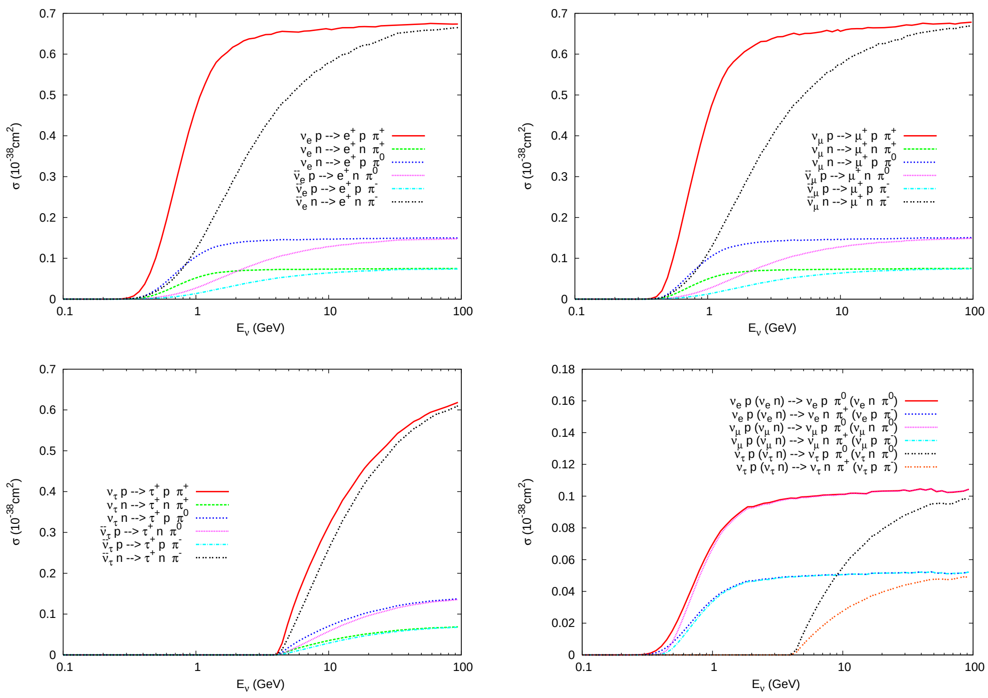
$$\begin{aligned}
V_4 &= \frac{2}{M_\Delta^2}\left(C_3^V\right)^2\left[\left(2qp-Q^2\right)\left(qp+M^2\right)-M_\Delta^2\left(M^2+MM_\Delta\right)\right] \\
&+ 2\left(C_4^V\right)^2\left(2qp-Q^2\right)\left[qp+M^2-MM_\Delta\right] \qquad (2.162) \\
&+ 2\frac{C_3^VC_4^V}{MM_\Delta}\left[\left(2qp-Q^2\right)\left(qp+M^2-2MM_\Delta\right)+qpM_\Delta^2\right] \\
&+ 2\left[\left(C_5^A\right)^2\frac{M^2}{M_\Delta^2}+\frac{\left(C_4^A\right)^2}{M^2}\left(2qp-Q^2\right)+\frac{\left(C_6^A\right)^2}{M^2M^2\Delta}\left(\left(Q^2-qp\right)^2+Q^2M_\Delta^2\right)\right. \\
&+ \left. 2C_4^AC_5^A-2\frac{C_4^AC_6^A}{M^2}qp-2\frac{C_5^AC_6^A}{M_\Delta^2}\left(M_\Delta^2+Q^2-qp\right)\right]\left(qp+M^2+MM_\Delta\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_5 &= 2\frac{\left(C_3^V\right)^2}{M_\Delta^2}qp\left[qp+M^2+M_\Delta^2\right]+2\frac{\left(C_4^V\right)^2}{M^2}qp\left[qp+M^2MM_\Delta\right] \\
&+ 2\frac{C_3^VC_4^V}{MM_\Delta}qp\left[qp+\left(M_\Delta-M\right)^2\right] \qquad (2.163) \\
&+ 2\left[\frac{\left(C_4^A\right)^2}{M^2}qp+\left(C_5^A\right)^2\frac{M^2}{M_\Delta^2}+C_4^AC_5^A-\frac{C_4^AC_6^A}{M^2}Q^2+\frac{C_5^AC_6^A}{M_\Delta^2}\right]\left[qp+M^2+MM_\Delta\right]
\end{aligned}$$

W generatorze MC skorzystano z powyższych formuł i parametryzacji form faktorów do wyznaczenia przekrojów czynnych. Na rysunku 2.14 przedstawiłem całkowity przekrój czynny dla wzbudzenia rezonansu Δ, dla oddziaływania zarówno przez prąd naładowany jak i neutralny.

Model Reina-Sehgala

W większości generatorów Monte Carlo oddziaływań neutrin wzbudzenie rezonansów jest opisane przez model Reina-Sehgala [RS81]. Model R-S zawiera wczesne dane fotoprodukcji i elektroprodukcji rezonansów i jest dofitowany do istniejących danych na wzbudzenia rezonansów w oddziaływaniach neutrin i antyneutrin. Wektorowe form faktory wzięto z elektroprodukcji. Aksjalne form faktory otrzymano z doświadczeń neutrinowych. Model zawiera 18 rezonansów i wykorzystywano dane z rozproszenia pionów na nukleonach, aby ograniczyć liczbę rezonansów, które nie są rozróżnialne z danych foto- i elektro-produkcji. Model ma wiele upraszczających założeń. Model nie zawiera rezonansów o masie niezmienniczej większej niż 2 GeV i załamuje się dla wyższych energii neutrin. Nierezonansowy wkład jest opisany przez amplitudę rezonansową jak dla rezonansu P_{11}, ale zamiast czynnika Breita-Wignera użyto pewnej stałej. Odpowiedni przekrój czynny jest dodany



Rysunek 2.14: Przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów przez wzbudzenie rezonansu Δ dla neutrin i antyneutrin elektronowych.

niekoherentnie. Status niektórych rezonansów zmienił się od czasu powstania modelu. Dane wejściowe użyte do dopasowania pewnych parametrów są raczej słabej jakości (np. elastyczność rezonansów). Istnieją próby poprawy modelu R-S np. przez zmianę statusu rezonansów, dopasowanie do nowych danych oraz uwzględnienie masy leptonu (Naumov i in. [KLN05]).

Model Paschos-Lalakulich

Innym modelem opisu obszaru rezonansowego jest rozwijany przez E. Paschosa i O. Lalakulich. Idea modelu jest podobna do modelu Fogli-Narduli [FN79], gdzie korzystano z dostępnych danych doświadczalnych, aby wyznaczyć dokładną postać form faktorów. Przy wyznaczaniu form faktorów wektorowych skorzystano z ogólnych symetrii i danych doświadczalnych. Przyjęto $C_6^V = 0$, co wynika z hipotezy CVC, a pozostałe czynniki postaci mają postać

$$C_3^V\left(Q^2\right) = \frac{C_3^V(0)}{\left(1+Q^2/M_V^2\right)^2}\frac{1}{1+Q^2/M_V^2}, \quad C_4^V = -C_3^V\frac{M}{W}, \quad C_5^V = 0, \tag{2.164}$$

gdzie $C_3^V(0) = 1.95$ i $M_V = 0.84\ GeV$. Warto zauważyć, że zależność od Q^2 jest inna niż dipolowa [PJS04]. Dla form faktorów aksjalnych najważniejszy wkład pochodzi od

C_5^A, którego wartość jest powiązana z form faktorem C_6^A na podstawie hipotezy PCAC. Skorzystano z wartości:

$$C_5^A(0) = \frac{f_\pi g_\Delta}{\sqrt{3}} = 1.2, \quad C_4^A = -\frac{C_5^A}{4}, \quad C_3^A = 0, \quad C_6^A = C_5^A \frac{M^2}{Q^2 + m_\pi^2} \tag{2.165}$$

Powyżej podane parametry w modelu LP nie są jeszcze ostatecznie ustalone i autorzy przedstawiają różnych pracach różne zestawy wartości. Z braku danych postać C_5^A nie jest ustalona i są rozważane różne jego parametryzacje. W modelu LP poza rezonansem P_{33} uwzględnione są wkłady od rezonansów o izospinie 1/2: $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$.

2.4 Tło nierezonansowe

Dane doświadczalne rozpraszania neutrin i elektronów wskazują istnienie innego nakładającego się wkładu do przekroju czynnego niż ten pochodzący od wzbudzenia rezonansu Δ. Pochodzić on może od ogonów rezonansów o $I = 1/2$ (chodzi o amplitudę A_1) i prawdopodobnie również innych nieelastycznych i nierezonansowych procesów. Wkład ten jest wyraźnie widoczny w reakcji $\nu n \to \Delta^+$ i jest on praktycznie niewidoczny dla $\nu p \to \Delta^{++}$ [B79, R82, K86].

Dane doświadczalne dla fotoprodukcji i elektroprodukcji w obszarze rezonansu Δ są dobrze odtwarzane przez form faktory dla rezonansu Δ z dodatkiem gładkiego tła w postaci wielomianu nierezonansowego tła

$$\sigma_{nres} = (W - W_{th})^{1/2} \sum_{n=0}^{N} a_n(q^2)\,(W - W_{th})^n \tag{2.166}$$

Dane zostały dopasowane do przekroju czynnego [B68, G72, B71]. W pracy [G72] dopasowano rozkład przekroju czynnego na wkład rezonansowy i nierezonansowy dla rozpraszania elektronów na protonach. Przy dofitowaniu z formuły na tło nierezonansowe tylko $a_0 \neq 0$ lub $a_1 \neq 0$.

Dopasowanie tła nierezonansowego na progu różni się w zależności od kanału elektroprodukcji. Jest to tłumaczone twierdzeniem Krolla-Rudermana stanowiącego, że blisko progu dla fotoprodukcji tylko przekrój czynny na produkcję π^+ jest różny od zera i proporcjonalny do pierwiastka $\sqrt{W - W_{th}}$.

Wniosek z powyższego rozważania jest taki, że w generatorze oddziaływań neutrin wkład od nierezonansowej produkcji pojedynczych pionów należy powinien mieć podobny charakter, oraz każdy kanał należy rozpatrywać niezależnie.

$Q^2(GeV^2)$	$W(GeV)$	σ_{nres} $p\pi^0+n\pi^+$ (tylko $a_0 \neq 0$)	σ_{nres} $p\pi^0$ (tylko $a_1 \neq 0$)
0.35	1.1	50%	10%
	1.22	10%	7%
	1.3	28%	25%
1.0	1.1	60%	10%
	1.22	15%	6%
	1.3	32%	28%

Tablica 2.5: Tabela dofitowanego tła nierezonansowego dla rozpraszania elektronów na protonach. Podano procentowy wkład dla sumy dwóch kanałów końcowych $p\pi^0+n\pi^+$ i dla kanału ze stanem końcowym $p\pi^0$ [G72].

2.5 Procesy bardziej nieelastyczne

Dla procesów rozpraszania głęboko nieelastycznego neutrino(antyneutrino)-nukleon:

$$CC \quad : \quad \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + N \to \mu^-(\mu^+) + X \tag{2.167}$$

$$NC \quad : \quad \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + N \to \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + X \tag{2.168}$$

inkluzywny przekrój czynny zawiera zwężenie tensorów leptonowego i hadronowego jak w równaniu (2.38).

Funkcje W_i w równaniu (2.46) są zazwyczaj zamieniane na bezwymiarowe funkcje struktury F_i

$$F_1(x,Q^2) = W_1(x,Q^2), \qquad F_i(x,Q^2) = W_i(x,Q^2)\cdot \nu/M \quad (i=2,...,5), \tag{2.169}$$

które w modelu kwarkowo-partonowym mają stosunkowo prostą interpretację.

Zwężając tensory leptonowy i hadronowy dostajemy podwójny różniczkowy przekrój czynny:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma(\nu\bar{\nu})}{dxdy} &= \frac{G_F^2 M E_\nu}{\pi(1+Q^2/M_{W,Z}^2)^2}\left[y\left(xy+\frac{m_l^2}{2E_\nu M}\right)F_1 + \left(1-y-\frac{Mxy}{2E_\nu}-\frac{m_l^2}{4E_\nu^2}\right)F_2\right.\\ &\pm \left.\left(xy\left(1-\frac{y}{2}\right)-y\frac{m_l^2}{4ME_\nu}\right)F_3 + \left(xy\frac{m_l^2}{2ME_\nu}+\frac{m_l^4}{4M^2E_\nu^2}\right)F_4 - \frac{m_l^2}{2ME_\nu}F_5\right]\end{aligned}$$

gdzie dla naszej kinematyki (spoczywający nukleon) $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$, $\nu = E_\nu - E_l$, $Q^2 = 2ME_\nu xy$ a M jest masą nukleonu.
Dla funkcji struktury stosuję w generatorze uproszczone związki wynikające z rozpraszania na swobodnych kwarkach:

- $2xF_1 = F_2$ (związek Callana-Grossa),
- $F_4 = 0$ (związek Albright-Jarlskog),
- $xF_5 = F_2$ (składniki o spinie $\frac{1}{2}$).

Korzystając z dwóch ostatnich relacji przekrój czynny przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma(\nu\bar{\nu})}{dxdy} &= \frac{G_F^2 ME_\nu}{\pi(1+Q^2/M_{W,Z}^2)^2}\left[y\left(xy+\frac{m_l^2}{2E_\nu M}\right)F_1 + \left(1-y-\frac{Mxy}{2E_\nu}-\frac{m_l^2}{4E_\nu^2}-\frac{m_l^2}{2ME_\nu x}\right)F_2\right.\\ &\pm \left.\left(xy\left(1-\frac{y}{2}\right)-y\frac{m_l^2}{4ME_\nu}\right)F_3\right] \qquad (2.170)\end{aligned}$$

Związek Callana-Grossa powinien być zastąpiony przez dokładniejsze wyrażenie

$$R = \frac{F_L}{2xF_1} = \frac{F_2}{2xF_1}\left(1+Q^2/\nu^2\right) - 1, \qquad (2.171)$$

gdzie R jest stosunkiem podłużnej i poprzecznej funkcji struktury (F_L) i może być wyznaczony doświadczalnie.

Model partonowy

W modelu kwarkowo-partonowym (QPM) oddziaływanie neutrino-nukleon jest rozpraszaniem na punktowych składnikach nukleonu: kwarkach i gluonach. Model kwarkowo-partonowy został wprowadzony przez Feynmana [F69], aby wytłumaczyć zjawisko skalowania w rozpraszaniu głęboko nieelastycznym. Skalowanie zostało przewidziane przez J.D. Bjorkena [B69] i zaobserwowane w doświadczeniach głęboko nieelastycznych rozpraszań elektronów w SLAC [FKT91]

Model partonowy jest poprawny w układzie nieskończonego pędu, gdzie pęd nukleonu jest dużo większy od pędu poprzecznego związanym z silnymi oddziaływaniami między kwarkami. Wtedy rozpraszanie neutrino-nukleon może być opisane jako elastyczne oddziaływanie na pojedynczych nieoddziałujących partonach. Zakładamy, że partony są swobodne, funkcje struktury nukleonu F_i można zapisać jako sumę prawdopodobieństw rozpraszania na pojedynczych partonach. Otrzymujemy wyrażenia:

$$F_1\left(x,Q^2\right) = \sum_{i=u,d,\ldots}\left[q_i(x)+\bar{q}_i(x)\right] \qquad (2.172)$$

$$F_2\left(x,Q^2\right) = 2x \sum_{i=u,d,\dots} \left[q_i(x) + \bar{q}_i(x)\right] \quad (2.173)$$

$$F_3\left(x,Q^2\right) = 2x \sum_{i=u,d,\dots} \left[q_i(x) - \bar{q}_i(x)\right] \quad (2.174)$$

gdzie sumuje się po wszystkich kwarkach biorących udział w oddziaływaniu. Parton niesie część x pędu nukleonu, a $q_i(x)$ jest prawdopodobieństwem znalezienia partonu q_i o pędzie w przedziale od x do $x + dx$ części pędu nukleonu. W rozważanym przybliżeniu relacja Callana-Grossa jest automatycznie spełniona.

Dla każdego zapachu partonu lub antypartonu mamy osobne funkcje rozkładu $u(x)$, $d(x)$, $s(x)$ i $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$, $\bar{s}(x)$. Symetria izospinowa nakłada relacje między gęstościami dla lekkich kwarków w protonie i neutronie

$$u_p(x) = d_n(x), \quad \bar{u}_p(x) = \bar{d}_n(x) \quad (2.175)$$

$$d_p(x) = u_n(x), \quad \bar{d}_p(x) = \bar{u}_n(x) \quad (2.176)$$

Korzystając z tych zależności rozkłady partonów w neutronie są definiowane przez te dla protonu. Rozkłady kwarków i antykwarków morzą są takie same, ponieważ wielkości takie jak ładunek, dziwność są zachowane. Rozkłady kwarków $u(x)$ i $d(x)$ można podzielić na wkład od kwarków morza i walencyjnych. Zwyczajowo przez $\bar{q}(x)$ oznaczam zarówno gęstość dla rozkład kwarku jak i antykwarku pochodzącego od morza. Dlatego rozkłady zapisuje się jako

$$u(x) = u_v(x) + u_{sea}(x) = u_v(x) + \bar{u}(x). \quad (2.177)$$

W przypadku rozkładów innych niż dla u lub d, nie stosuję tego oznaczenia.

Funkcje struktury dla prądów naładowanych

Aby otrzymać funkcje struktury dla prądów naładowanych dla rozpraszania na protonie i neutronie zauważmy, że w oddziaływaniu przez prąd naładowany neutrino może się rozpraszać tylko na kwarkach $d, s, \bar{u}, \bar{c}$, a antyneutrino na kwarkach $u, c, \bar{d}, \bar{s}$. Z tego wynika, że w najprostszym modelu funkcje struktury dla rozpraszania neutrino-proton mają postać:

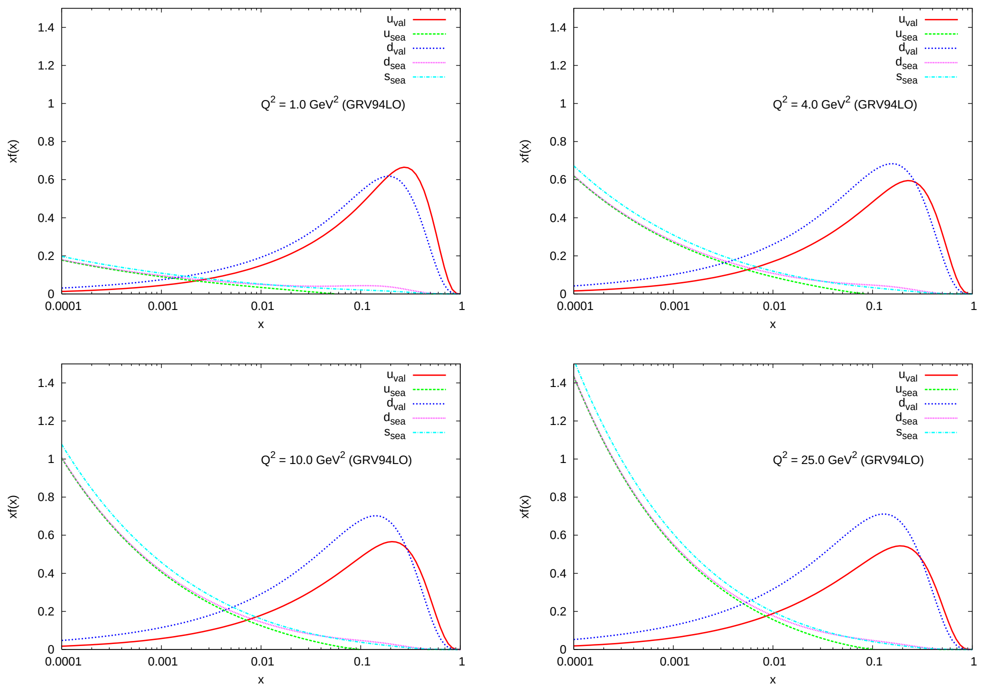
$$F_2^{\nu p}(CC) = 2x\left[d_v + \bar{d} + s + \bar{u} + \bar{c}\right]$$

$$F_3^{\nu p}(CC) = 2x\left[d_v + \bar{d} + s - \bar{u} - \bar{c}\right]$$

a dla rozpraszania antyneutrino-proton:

$$F_2^{\bar{\nu} p}(CC) = 2x\left[u_v + \bar{u} + \bar{s} + \bar{d} + c\right]$$

$$F_3^{\bar{\nu} p}(CC) = 2x\left[u_v + \bar{u} - \bar{s} - \bar{d} + c\right]$$



Rysunek 2.15: Funkcje rozkłady partonów GRV94 LO dla czterech wartości $Q^2 = 1,\ 4,\ 10,\ 25\ GeV^2$.

Pamiętając o notacji stosowanej w związku z symetrią izospinową dostajemy:

$$
\begin{aligned}
F_2^{\nu n}(CC) &= 2x\left[u_v + \bar{u} + s + \bar{d} + \bar{c}\right] \\
F_3^{\nu n}(CC) &= 2x\left[u_v + \bar{u} + s - \bar{d} - \bar{c}\right]
\end{aligned}
$$

a dla rozpraszania antyneutrino-neutron:

$$
\begin{aligned}
F_2^{\bar{\nu} n}(CC) &= 2x\left[d_v + \bar{d} + \bar{s} + \bar{u} + c\right] \\
F_3^{\bar{\nu} n}(CC) &= 2x\left[d_v + \bar{d} - \bar{s} - \bar{u} + c\right]
\end{aligned}
$$

Funkcje rozkładu partonów GRV94 i GRV98

Model partonowy jest bardzo użyteczny do zrozumienia wysokoenergetycznych procesów hadronowych. Wynika to z jego prostoty oraz całościowego i uniwersalnego charakteru. Funkcje rozkładu partonów są wyznaczane z danych głęboko nieelastycznego rozpraszania leptonów na nukleonach oraz w twardych procesach nukleonów. Dane uzyskane w doświadczeniach obejmują szeroki obszar kinematyczny w x i Q^2. PDF-y są wyznaczane przez globalną analizę danych doświadczalnych. Funkcje rozkładu partonów są parametryzowane przez szereg grup fizyków. W generatorze korzystam z zestawu parametryzacji grupy GRV [GRV95, GRV98]. W granicy skalowania funkcje struktury zależą tylko od

x. Dla mniejszych Q^2 pojawia się zależność od Q^2. Zależność od Q^2 wylicza się z równania Altarelli-Paris i uwzględnione są wkład od wyższych twistów. Na rysunku 2.15 przedstawiłem zachowanie funkcji rozkładu partonów jako funkcji x dla czterech wartości $Q^2 = 1, 4, 10, 25\ GeV^2$. Widać znaczące modyfikacje dla małych Q^2 i zasadniczą niezmienniczość dla dużych wartości Q^2.

Poprawki związane z progiem na produkcję powabu

Poniżej progu na produkcję powabu lub dziwności *część* prądu, który zmienia kwantową liczbę powabu lub dziwności jest nieaktywna z powodów kinematycznych. Bezpośrednio po przejściu przez próg produkcji ciężkiego kwarku nie powinniśmy oczekiwać zachowania skalowania, ponieważ w odniesieniu do cząstek powabnych nie jesteśmy jeszcze w obszarze głęboko nieelastycznym.
Zmiany w kinematyce dla procesów przez prąd naładowany, kiedy lekki kwark j przechodzi w kwark ciężki k polegają na [LP96]:

$$F_{1,3} : q_j(x) \quad \rightarrow \quad q_j(\xi_k)\theta(1-\xi_k), \tag{2.178}$$

$$F_2 : 2xq_j(x) \quad \rightarrow \quad 2\xi_k q_j(\xi_k)\theta(1-\xi_k), \tag{2.179}$$

gdzie

$$\xi_k \equiv x\left(1+\frac{m_k^2}{Q^2}\right), \tag{2.180}$$

a m_k jest masą ciężkiego kwarka. Zamiana x na ξ_k powoduje, że funkcje struktury F_i będą zależne od Q^2, a skalowanie będzie zachodziło tylko dla $Q^2 \gg m_k^2$.
W przypadku przejścia w ciężki kwark, w stanie końcowym pojawia się cząstka zawierająca ten kwark. Takie cząstki są znacznie cięższe od nukleonu. Masa niezmiennicza hadronowego stanu końcowego jest równa:

$$W^2 = M^2 + Q^2\left(\frac{1}{x}-1\right). \tag{2.181}$$

Czyli dla danego x tylko wystarczająco duże Q^2 pozwala na wystąpienia takiego procesu. Minimalna hadronowa masa niezmiennicza, potrzeba do wystąpienia procesu CC z produkcją ciężkiego kwarku, jest wyznaczana pamiętając o zasadzie zachowania liczby barionowej, oraz fakcie że kwark i antykwark dziwny istnieją tylko jako para $s\bar{s}$. Masa ta wynosi

$$d \rightarrow c \quad : \quad W_{min}^{cd} \equiv M + m_D \approx 2.8 GeV/c^2 \tag{2.182}$$

$$s \rightarrow c \quad : \quad W_{min}^{cs} \equiv m_\Lambda + m_D \approx 3 GeV/c^2 \tag{2.183}$$

Dla określonego x proces może zajść tylko dla

$$Q^2 \geq \left(\frac{x}{1-x}\right)\left[W_{min}^2 - M^2\right]. \tag{2.184}$$

Kiedy mamy ustalone Q^2 warunek $\xi_k \leq 1$ sprowadza się do:

$$x \leq \frac{Q^2}{Q^2 + m_k^2} \tag{2.185}$$

lub przekształcając warunek (2.184) na Q^2:

$$x \leq \frac{Q^2}{Q^2 + \Delta_k^2}, \tag{2.186}$$

gdzie dla $k = c$

$$\begin{aligned} \Delta_{cd}^2 &= (W_{min}^{cd})^2 - M^2 \simeq 6.96(GeV/c^2)^2 && (2.187) \\ \Delta_{cs}^2 &= (W_{min}^{cs})^2 - M^2 \simeq 8.12(GeV/c^2)^2 && (2.188) \end{aligned}$$

Ponieważ $m_c^2 \approx 2.3(GeV/c^2)^2$, to ostatnie ograniczenie na x jest bardziej restrykcyjne. Zatem warunki: $\xi_k \leq 1$ i ograniczenie na masę stanu końcowego (2.182 i 2.183), mogą być razem zastąpione w równaniu (2.179) przez zamianę $\theta(1 - \xi_k)$ na $\theta(x_k - x)$, gdzie

$$x_k \leq \frac{Q^2}{Q^2 + \Delta_k^2}, \tag{2.189}$$

Jeżeli mamy daną funkcję struktury $F_1^{\nu p}$, to funkcję struktury $F_2^{\nu p}$ otrzymujemy po zamianie:

$$q(x) \to 2xq(x), \quad q(\xi_k) \to 2\xi_k(\xi_k) \tag{2.190}$$

a funkcję $F_3^{\nu p}$ przez zamianę dla antykwarków

$$\bar{q} \to -\bar{q} \tag{2.191}$$

Biorąc pod uwagę powyższe poprawki kinematyczne funkcje struktury są wyrażone przez:

rozpraszanie neutrino-proton:

$$\begin{aligned} F_1^{\nu p}(CC) &= d(x)\cos^2\theta_C + d(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.192) \\ &+ s(x)\sin^2\theta_C + s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) + \bar{u}(x) \\ F_2^{\nu p}(CC) &= 2xd(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k d(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.193) \\ &+ 2xs(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) + 2x\bar{u}(x) \\ F_3^{\nu p}(CC) &= 2xd(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k d(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.194) \\ &+ 2xs(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) - 2x\bar{u}(x) \end{aligned}$$

rozpraszanie antyneutrino-proton:

$$
\begin{aligned}
F_1^{\bar{\nu}p}(CC) &= u(x) + \bar{d}(x)\cos^2\theta_C + \bar{d}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.195)\\
&+ \bar{s}(x)\sin^2\theta_C + \bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)\\
F_2^{\bar{\nu}p}(CC) &= 2xu(x) + 2x\bar{d}(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k\bar{d}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.196)\\
&+ 2x\bar{s}(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k\bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)\\
F_3^{\bar{\nu}p}(CC) &= 2xu(x) - 2x\bar{d}(x)\cos^2\theta_C - 2\xi_c\bar{d}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.197)\\
&- 2x\bar{s}(x)\sin^2\theta_C - 2\xi\bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)
\end{aligned}
$$

rozpraszanie neutrino-neutron:

$$
\begin{aligned}
F_1^{\nu n}(CC) &= u(x)\cos^2\theta_C + u(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.198)\\
&+ s(x)\sin^2\theta_C + s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) + \bar{d}(x)\\
F_2^{\nu n}(CC) &= 2xu(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k u(\xi)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.199)\\
&+ 2xs(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) + 2x\bar{d}(x)\\
F_3^{\nu n}(CC) &= 2xu(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k u(\xi)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.200)\\
&+ 2xs(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k s(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x) - 2x\bar{d}(x)
\end{aligned}
$$

rozpraszanie antyneutrino-neutron:

$$
\begin{aligned}
F_1^{\bar{\nu}n}(CC) &= d(x) + \bar{u}(x)\cos^2\theta_C + \bar{u}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.201)\\
&+ \bar{s}(x)\sin^2\theta_C + \bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)\\
F_2^{\bar{\nu}n}(CC) &= 2xd(x) + 2x\bar{u}(x)\cos^2\theta_C + 2\xi_k\bar{u}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.202)\\
&+ 2x\bar{s}(x)\sin^2\theta_C + 2\xi_k\bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)\\
F_2^{\bar{\nu}n}(CC) &= 2xd(x) - 2x\bar{u}(x)\cos^2\theta_C - 2\xi_k\bar{u}(\xi_k)\sin^2\theta_C\theta(x_k - x) && (2.203)\\
&- 2x\bar{s}(x)\sin^2\theta_C - 2\xi_k\bar{s}(\xi_k)\cos^2\theta_C\theta(x_k - x)
\end{aligned}
$$

W powyższych wyrażeniach x_k jest zadane przez równanie 2.189. Warto zauważyć, że poniżej progu nie jest zachowana relacja Callan-Gross, czyli mamy $F_2(CC) \neq 2xF_1(CC)$.

Funkcje struktury dla prądów neutralnych

Dla prądów neutralnych funkcje struktury mają postać [LP96]:
– dla procesu $\nu + p \to \nu + X$

$$
\begin{aligned}
F_2^{\nu p}(NC) &= x\left[\left((g_V^u)^2 + (g_A^u)\right)(u_v + 2\bar{u}) + \left((g_V^d)^2 + (g_A^d)\right)\left(d_v + 2\bar{d} + 2s\right)\right] && (2.204)\\
F_3^{\nu p}(NC) &= 2\left(g_V^u g_A^u u_v + g_V^d g_A^d d_v\right) && (2.205)
\end{aligned}
$$

– dla procesu $\nu + n \to \nu + X$

$$F_2^{\nu n}(NC) = x\left[\left((g_V^u)^2 + (g_A^u)\right)\left(d_v + 2\bar{d}\right) + \left((g_V^d)^2 + (g_A^d)\right)\left(u_v + 2\bar{u} + 2s\right)\right] \quad (2.206)$$

$$F_3^{\nu p}(NC) = 2\left(g_V^u g_A^u d_v + g_V^d g_A^d u_v\right), \quad (2.207)$$

gdzie stałe sprzężenia mają postać:

$$g_A^u = \frac{1}{2}, \qquad g_V^u = \frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W, \quad (2.208)$$

$$g_A^d = -\frac{1}{2}, \qquad g_V^u = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W. \quad (2.209)$$

W przypadku NC wyrażenia na funkcje struktury są identyczne dla neutrin i antyneutrin:

$$F_2^{\bar{\nu}}(NC) = F_2^{\nu}(NC) \quad (2.210)$$

$$xF_3^{\bar{\nu}}(NC) = xF_3^{\nu}(NC) \quad (2.211)$$

W oddziaływaniu przez prąd neutralny partony nie zmieniają zapachu.

Modyfikacje funkcji struktury

W obszarze małych Q^2 oraz W (czyli dużych x) funkcje struktury wyrażone przez PDF-y muszą zostać zmodyfikowane. Jest to bowiem obszar, w którym argumenty oparte na perturbacyjnej QCD załamują się. Należy uwzględnić masę tarczy oraz poprawki od wyższych twistów.

W generatorze korzystam ze zbioru PDF GRV94LO (dodatek B). Modyfikacje pozwalające korzystać z tego zbioru także dla małych energii neutrin zostały zaproponowane przez Bodka i Yanga [BY02]:

- Zamiast zmiennej x stosuje się zmienną

  $$x_w = \frac{Q^2 + B}{2M\nu + A},$$

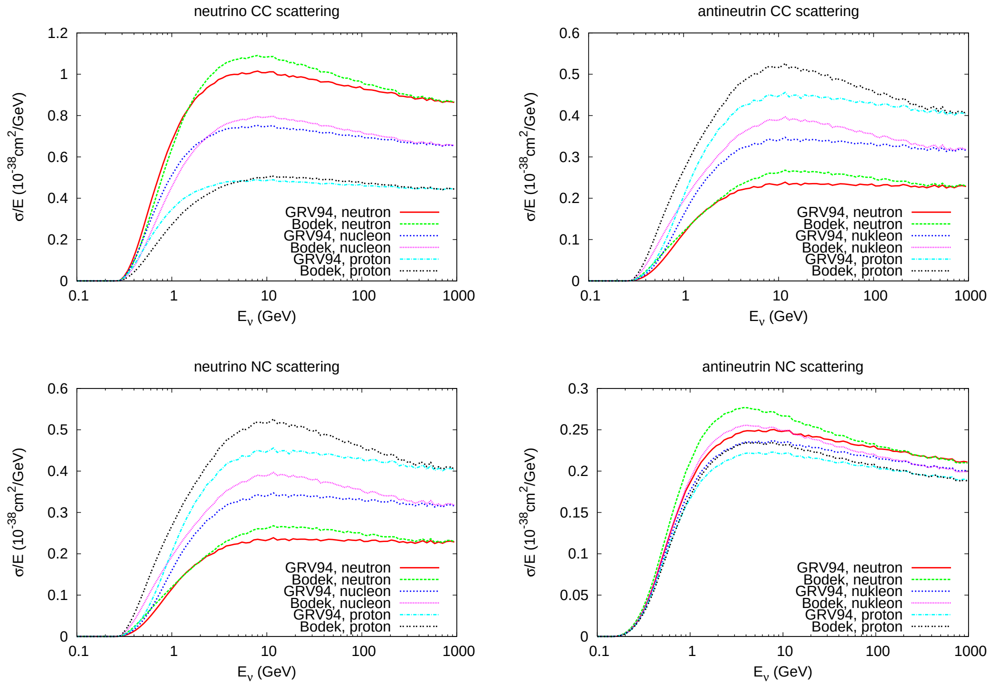
  lub

  $$x_w = \frac{x(Q^2 + B)}{Q^2 + A}.$$

  Parametr A wprowadza w przybliżony sposób efekty masy tarczy i wyższych twistów dla dużych x, a parametr B pozwala na dopasowanie parametryzacji do danych aż do granicy fotoprodukcji ($Q^2 \to 0$).

- Mnoży się PDF-y przez czynnik

  $$K = \frac{Q^2}{Q^2 + C},$$



Rysunek 2.16: Przekrój czynny na rozpraszanie głęboko nieelastyczne dla neutrin i antyneutrin mionowych. Rozpraszanie zachodzi na swobodnych protonie i neutronie oraz na tarczy izoskalarnej dla zestawu funkcji rozkładu partonów GRV94LO i z ich modyfikacjami jak w pracach Bodek&Yang.

dzięki czemu fity dobrze opisują zarówno dane dla średnich x jak i dane w granicy fotoprodukcji, gdzie funkcja struktury F_2 jest związana z przekrojem czynnym relacją:

$$\sigma(\gamma p) = \frac{4\pi^2\alpha_{EM}}{Q^2}F_2 = \frac{0.112mbGeV^2}{Q^2}F_2 \tag{2.212}$$

- Oryginalny zbiór GRV94LO jest określony dla $Q^2 > 0.23\ GeV^2$. W zmodyfikowanych PDF-ach zamraża się zależność od Q^2 i przy mniejszych Q^2 przyjmuje się wartości PDF-ów dla $Q^2 = 0.24\ GeV^2$.

Modyfikacje zostały dopasowane do danych z elektroprodukcji, jednak autorzy twierdzą, że analogiczne poprawki powinny być wprowadzone również do neutrinowych funkcji struktury. Bardziej problematyczna jest modyfikacja F_3, która oczywiście nie mogła być dofitowana za pomocą danych elektronowych. W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się, że F_3 jest modyfikowana w taki sam sposób jak pozostałe funkcje struktury.

Przekroje czynne

Na rysunku 2.16 przedstawiłem wykresy przekrojów czynnych dla oddziaływania neutrin i antyneutrin mionowych. Przedstawiłem przekroje dla rozpraszania na protonie, neutronie i tarczy izoskalarnej zarówno przez prąd naładowany jak i neutralny. Warto zauważyć, że modyfikacje Bodka i Yanga zmieniają wartości przekroju czynnego dla mniejszych energii, ale wraz z jej wzrostem przestają mieć znaczenie.

2.6 Fragmentacja i hadronizacja

W generatorze skorzystałem z formalizmu głęboko nieelastycznego rozpraszania aby obliczyć całkowity przekrój czynny. Aby otrzymać stany końcowe zakładam, że proces zawsze zachodzi na określonym partonie i wykonuję fragmentację oddziałującego kwarku i pozostałych partonów za pomocą rutyn generatora PYTHIA6 [SFL01].

PYTHIA6 jest połączona z generatorem fragmentacji JETSET. W modelu fragmentacji długozasięgowe struny wiążące partony i układ partonów są po oddziaływaniu rozdzielane na zbiór hadronów przy zachowaniu energii i liczb kwantowych. Pierwotne hadrony w kolejnym kroku rozpadają się na cząstki, aż w stanie końcowym znajdują sie cząstki stabile. Ten model, znany jako model struny LUND, zawiera kilka ścisłych przewidywań, które zostały potwierdzone przez dane z PETRA i PEP. Model LUND jest najbardziej dopracowanym i najczęściej stosowanym modelem fragmentacji jakim dysponujemy. Jest on główną częścią generatora PYTHIA.

Doświadczanie nigdy nie odkryto swobodnego kwarku. Zakłada się, że kwarki mogą istnieć tylko wewnątrz niekolorowych hadronów i są uwięzione przez przyciągające oddziaływanie ich ładunków kolorowych. Ta własność znana jako *uwięzienie* jest przewidziana przez QCD. Siła wiążąca kwarki rośnie wraz ze wzrostem odległości między nimi do momentu kiedy energia układu jest wystarczająca do wytworzenia pary kwark-antykwark i kolorowe partony tworzą hadrony. Ten proces jest nazywany fragmentacja i nie może być obliczony perturbacyjnie.

Aby doświadczalnie zweryfikowac model fragmentacji należy zdefiniować mierzalne wielkości. Nie jest to trywialne ponieważ doświadczalna wiedza o tym skomplikowanym procesie jest nieznaczna i nie można zmierzyć ani pochodzenia hadronów, ani czasu jego produkcji.

Dobrym podejściem okazało się zaprojektowanie modeli fragmentacji, które mogą być statystycznie, techniką Monte Carlo, symulowane. Dane wyjściowe tych modeli mogą być porównane z dostępnymi danymi doświadczalnymi jak rozkład krotności hadronów. Istnieje wiele modeli fragmentacji. Jest to potężna technika umożliwiająca implementację wielu fenomenologicznych danych. Proces fragmentacji w różnych modelach jest zależny od zmiennej z - części energii przypadającej na dany krok fragmentacji. Zatem rozkład hadronów i funkcje fragmentacji są badane jako funkcje z.

Modele bazują na modelu kwarkowo-partonowym. Dodatkowo zakłada się hipotezę lokalnej dualności kwarkowo-hadronowej, według której w trakcie procesu fragmentacji liczby kwantowe stanu partonowego są lokalnie zachowane [ADK85]. Ta ważna hipoteza jest warunkiem wstępnym wszystkich analiz, które wyciągają wnioski o partonach z obserwacji własności hadronów. Poniżej przedstawiony opis modeli fragmentacji jest oparty na kilku pracach [SFL01, SLM01, G98]

Fragmentacja niezależna

Jedną z pierwszych prób stworzenia modelu fragmentacji był tzw. model niezależnej fragmentacji (*ang. Independent Fragmentation*) rozwijany przez Fiela i Feynmana [FF78], aby odtworzyć ograniczone pędy poprzeczne i przybliżone skalowanie rozkładu części energii obserwowanego w dżetach kwarków produkowanych w procesie anihilacji e^+e^-.

Model IF opiera się na założeniu, że każdy parton fragmentuje niezależnie. Wybity kwark q_0 łączy się z antykwarkiem $\bar{q}_1$ z pary $q_1\bar{q}_1$, która jest tworzona z próżni, tworząc hadron. Para $q_i\bar{q}_i$ może też oznaczać parę dikwark-antydikwark.

W tym modelu *rząd* hadronu jest określany przez kolejność w czasie produkcji w układzie środka masy. Tak produkowane hadrony są *pierwotnymi* hadronami ponieważ powstają bezpośrednio w czasie fragmentacji partonów. Jeżeli dalej one się rozpadają, to ich produkty są nazywane *wtórnymi*.

Pozostawiona przez pierwotny mezon pierwszego rzędu $q_0\bar{q}_1$ cześć energii $(1-z_0) = z_1$ jest przydzielona do pozostałego kwarku q_1. Ten proces jest iterowany dopóki warunek $E > E_{min}$ jest spełniony, po czym ostatni pozostały kwark jest zaniedbywany. W ten sposób tworzona jest para $q_i\bar{q}_i$ kwark-antykwark z częścią energii $(1-z_i)$. Energia jest przypisywana losowo zgodnie z uniwersalnym rozkładem $f(z)$. Antykwark $\bar{q}_i$ łączy się wtedy z kwarkiem poprzedniego rzędu q_{i-1} tworząc mezon zawierający kwarki $q_{i-1}\bar{q}_i$. Na rysunku 2.17 przedstawiłem schemat przebiegu niezależnej fragmentacji.

Wiedza o strukturze hadronów powstałych w fragmentacji jest zadana przez funkcję $f(\eta)$, zdefiniowaną, tak że $f(\eta)d\eta$ jest prawdopodobieństwem, że pierwotny hadron pozostawia część η całkowitej energii do dalszej kaskady. Podstawą niezależnej fragmentacji jest iteracyjne równanie całkowe. Definiując wielkość $F(z)dz$ jako prawdopodobieństwo znalezienia jakiegokolwiek pierwotnego hadronu z pędem między z i $z + dz$, to $F(z)$ musi spełniać równie [FF78]:

$$F(z) = f(1-z) + \int_z^1 f(\eta)F(z/\eta)d\eta/\eta. \tag{2.213}$$

Równanie to pojawia się, ponieważ pierwotny hadron może być pierwszego rzędu (z prawdopodobieństwem $f(1-z)dz$), a jeżeli nie to hadron pierwszego rzędu pozostawia część energii η z prawdopodobieństwem $f(\eta)d\eta$, a w pozostałej kaskadzie prawdopodobieństwo znalezienia hadronu z energią między z i $z+dz$ jest $F(z/\eta)dz/\eta$. W ten sposób pojawia sie równanie (2.213).

Prostą postać funkcji $f(z)$ została podana w pracy [FF78]

$$f(z) = 1 - a + 3a\,(1-z)^2\,. \tag{2.214}$$

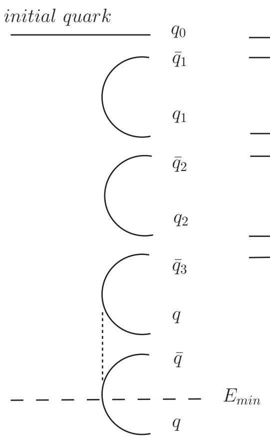
Stałą $a = 0.77$ wyznacza się z dopasowania do danych. Funkcja $f(z)$ parametryzuje prawdopodobieństwo, że dana część energii z została do wykorzystania w pozostałej kaskadzie.

Prawdopodobieństwo wytworzenia pary $u\bar{u}$, oznaczamy przez γ_u, pary $d\bar{d}$ przez γ_d i pary $s\bar{s}$ przez γ_s . Zachodzi $\gamma_u + \gamma_d + \gamma_s = 1$ i $\gamma = \gamma_u = \gamma_d$. Prawdopodobieństwo wytworzenia $s\bar{s}$ jest równe $\gamma_s = 0.3\gamma$ zgodnie z pomiarami stosunku K/π [EMC84]. W przypadku trzech zapachów prowadzi to do wartości $\gamma = 0.435$. Mezony pseudoskalarne i wektorowe są produkowane z takim samym prawdopodobieństwem. Energia poprzeczna jest zadana rozkładem Gaussa z $< p_\perp^2 >= 0.35(GeV/c)^2$, gdzie kwark i antykwark z pary $q\bar{q}$ mają przeciwne $p_\perp$. Niezależna fragmentacja nie opisuje reguły przydzielania pędów wyprodukowanym hadronom. Jednak bardziej prawdopodobne jest, że hadrony pierwszego rzędu mają większe pędy niż hadrony wyższych rzędów.

Dużo właściwości dżetów hadronowych jest dobrze opisana przez fragmentacje niezależną. Jednak model ten zawiera też wady, których nie można usunąć. W modelu IF transformacje Lorentza do innego układu powoduje łamanie zachowania pędu. Także krotność cząstek zależy od układu odniesienia. Przez zaniedbanie kwarku o najwyższym rzędzie w dżecie, liczby kwantowe koloru i zapachu także nie są zachowane.

Algorytm LUND

W generatorze PYTHIA metodą fragmentacji jest schemat struny LUND. Model fragmentacji LUND jest modelem fenomenologicznym, opisującym proces hadronizacji w wysokoenergetycznych zderzeniach cząstek. Bazuje on na przewidywaniach zjawiska uwięzienia w QCD, która przewiduje zwiększenie energii potencjalnej pola kolorowego rozpiętego między kwarkami wraz ze wzrostem odległości. Jest to jak na razie najlepszy model, ponieważ łączy konsystentny, kowariantny obraz fragmentacji kwarków i gluonów i dobrze dopasowuje się do danych doświadczanych.



Rysunek 2.17: Schemat niezależnej fragmentacji. Fragmentacja zaczyna się od kwarku q_0, który tworzy mezon (barion) z kwarkiem (dikwarkiem) powstałym z próżni. Fragmentacja jest zatrzymywana przy określonej energii E_{min} i pozostały parton jest zaniedbywany.

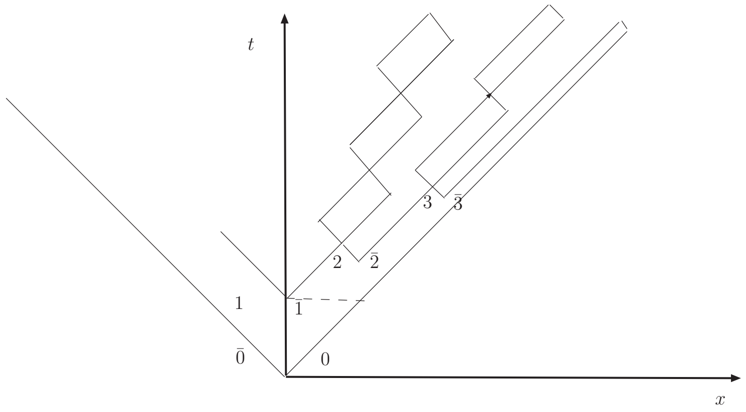
Model najlepiej wyjaśnić na przykładzie anihilacji e^+e^-. Powstała para kwark-antykwark $q_0\bar{q}_0$ oddalająca się od siebie jest połączona polem kolorowym rozpiętym między nimi. W pewnej odległości energia potencjalna pola jest wystarczająca do wyprodukowania pary $q_0\bar{q}_0$, co zachodzi w dowolnym punkcie na hiperboli $x^2-t^2 = m^2/\kappa^2$ między kwarkami, gdzie κ jest energią pola na jednostkę długości, a x i t odległością czasoprzestrzenna między q_0 i $\bar{q}_0$. Pole między nowopowstałymi kwarkiem i antykwarkiem $q_1\bar{q}_1$, które są oddalone od siebie, będzie *przełamane* przez nowe pole. Dwie struny poruszają się teraz w przeciwnych kierunkach, jedna z częścią energii z a druga z częścią energii $(1-z)$. Dla każdej struny ten proces jest iterowany zachodzi dopóki połączone struną kwark-antykwark są bliskie powłoki masy hadronu. Wybór rodzaju hadronu w stanie końcowym jest losowy, oparty na trzech parametrach: i) stosunków produkcji zapachów $u\bar{u} : d\bar{d} : s\bar{s} = 1 : 1 : 0.3$, ii) stosunku między mezonami pseudoskalarnymi i wektorowymi $(1:1)$ oraz iii) stosunku między produkcją kwarku i dikwarku, który kontroluje stosunek między mezonami i barionami.

Proces fragmentacji jest kontynuowany dopóki energia, pęd i liczby kwantowe można rozdzielić pomiędzy pierwotne hadrony. Proces kreacji hadronów zachowuje energię, pęd i wszystkie wewnętrzne liczby kwantowe. Funkcja rozkładu części podłużnej energii przypisanej do struny nosi nazwę symetryczna funkcja fragmentacji LUND i ma postać

$$f(z) = \frac{(1-z)^a}{z} \cdot \exp\left(\frac{-bm_\perp^2}{z}\right), \tag{2.215}$$

gdzie $m_\perp^2 = m^2 + p_\perp^2$. Parametry a i b muszą być wyznaczone z danych doświadczalnych.

Para $q\bar{q}$ jest produkowana kwantowo-mechanicznie w jednym punkcie i tunelowana do klasycznie dozwolonego obszaru, z prawdopodobieństwem równym $\exp(-\pi m_\perp/\kappa)$. Wartość $p_\perp$ dla hadron jest sumą wkładów od jego składników. Szerokość rozkładu $p_\perp^2$ kwarków



Rysunek 2.18: Przykład hadronizacji dla anihilacji e^+e^- według modelu LUND fragmentacji struny. Początkowo wyprodukowane kwarki ($q_0\bar{q}_0$) oznaczone przez 0 i $\bar{0}$, oddalają się od siebie w przeciwnych kierunkach. Pary kwark-antykwark są produkowane przez przerwanie struny.

musi być wyznaczona z danych doświadczalnych.

Model LUND koncentruje się na fragmentacji gluonu. Tak zwany efekt struny pojawia się jeśli gluon jest wypromieniowany i rozpada się na $q\bar{q}$. To prowadzi do podziału oryginalnej struny na dwie, których fragmentacja jest niezależna. Inną różnicą w stosunku do niezależnej fragmentacji jest kolejności produkcji hadronów. Model LUND posiada *wewnętrzną* strukturę przydziału pędu w czasie, wolniejsze hadrony są produkowane w pierwszej kolejności. Kolejność jest niezmiennikiem Lorentzowskim, ponieważ q_0 i $\bar{q}_0$ są traktowane jako układ, a nie niezależnie i fragmentowana jest struna a nie pojedyncze partony. Jest to bezpośrednią konsekwencją warunku, że para $q\bar{q}$ była produkowana na hiperboli w czasoprzestrzeni. Warto nadmienić, że porządek produkowania hadronów jest zależny od układu odniesienia.

Iteracja może być zastosowana także wobec innych aspektów fragmentacji. Jest to możliwe ponieważ punkty, w których struna się przełamuje są rozdzielone przyczynowo. Obraz czasowo-przestrzenny w układzie środka masy układu struny jest taki, że wolniejsze cząstki są tworzone jako pierwsze - czyli proces iteracji zaczyna się na końcach struny i postępuje w kierunku środka.

Rozważając układ $q\bar{q}$ w układzie środka masy, z kwarkiem poruszającym sie w kierunku $+z$ i antykwarkiem poruszającym sie w kierunku $-z$ wiemy już jak zacząć iteracje od końca q i wybierając parę $q_1\bar{q}_1$ utworzyć hadron $q\bar{q}_1$. Mechanizmu tunelowania pozwala uzyskać pęd poprzeczny $p_\perp$ dla każdej nowej pary $q_i\bar{q}_i$. Hadronowy pęd poprzeczny otrzymuje się jako sumę pędów poprzecznych składników hadronu q_i i $\bar{q}_{i+1}$, gdzie dikwark jest tutaj oznaczony jak kwark.

Do wyznaczenia pozostały jeszcze energia i pęd podłużny powstałego hadronu. Ponieważ pęd hadronu jest już wyznaczony z pomocą masy poprzecznej, do wyznaczenia została tylko jedna zmienna

$$(E + p_z)\,(E - p_z) = E^2 - p_z^2 \equiv m_\perp^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2. \tag{2.216}$$

W iteracji należy wybrać zmienną z jako część z dostępnego $E+p_z$, zabraną przez powstały hadron. Po oddzieleniu hadronu pozostaje część dla następnego kroku iteracji

$$(E + p_z)_{new} = (1 - z)\,(E + p_z)_{old}\,, \tag{2.217}$$

$$(E - p_z)_{new} = (E - p_z)_{old} - \frac{m_\perp^2}{z\,(E + p_z)_{old}}. \tag{2.218}$$

Prawdopodobieństwo, że wybrana jest dana wartość z jest funkcją fragmentacji $f(z)$. Funkcja fragmentacji może być wybrana arbitralnie. Podczas wyboru zmiennych kinematycznych przy produkcji mezonu dziwnego lub powabnego korzystam z parametryzacji 2.214, a w innych przypadkach stosowane są funkcje zaimplementowane w generatorze PYTHIA6.

Układy o małej masie w generatorze PYTHIA6

Podczas tworzenia generatora oddziaływań neutrin pojawia się problem tworzenia fragmentacji zdarzeń z małą hadronową masą niezmienniczą. PYTHIA może przeprowadzić taką fragmentację zdarzeń, ale niezbędne jest ustalenie partonów początkowych. W generatorze PYTHIA zbiór partonów jest podzielony na podzbiory partonów, tworzących oddzielne kolorowe singlety. Te zbiory są reprezentowane przez struny, które np. rozciągają się od kwarku na końcu przez kilka pośrednich gluonów do antykwarku lub dikwarku na drugim końcu. Rozróżnialne są trzy obszary masy niezmienniczej ze względu na wykorzystywaną metodę fragmentacji struny.

Normalna fragmentacja struny. W sytuacji idealnej każda struna ma dużą masę niezmienniczą. Wtedy standardowy schemat fragmentacji pracuje dobrze. W praktyce to podejście można używać dla strun powyżej masy rzędu kilku GeV.

Rozpad klastera. Jeżeli produkowana jest struna z małą masą niezmienniczą, dostępne kinematycznie mogą być tylko dwuciałowe stan końcowy. Tradycyjny schemat iteracji Lund nie jest odpowiedni. Taką strunę z mała masą nazywamy klastrem i rozważamy osobno. Mechanizm rozpadu klastra dla dużych mas niezmienniczych powinien odtwarzać wyniki fragmentacji struny.

Zapaść klastera. Jest to skrajny przypadek powyższej sytuacji kiedy masa struny jest tak mała, że klaster nie może rozpaść się na dwa hadrony. Zakłada się wtedy zapaść do pojedynczego hadronu, który dziedziczy zawartość zapachową punktów końcowych struny. Pierwotne kontinuum mass struny/klastra jest zastąpiony przez dyskretny zbiór mas hadronu. Energia i pęd nie mogą wtedy być zachowane wewnątrz klastera, ale musi być wymienione z resztą zdarzenia.

Fragmentacji układy partonów o masie niezmienniczej mniejszej niż progowa (przyjmowana jako 2 GeV) wykonywana jest przez procedury rozpadu i zapaści klastra. W pierwszej próbie stara się stworzyć dwa hadrony przez przełamanie struny w połowie, tworząc parę $q\bar{q}$ z zapachami i spinami hadronów wybranymi zgodnie z zasadami fragmentacji struny. Jeżeli suma mas hadronów jest większa niż masa klastra, program jeszcze raz probuje ponownie znaleźć dwa hadrony (domyślne są dwie próby). Jeżeli próba się powiodła, kątowy rozkład produktów rozpadu w układzie spoczynkowym klastra jest wybierany izotropowo w pobliżu progu, a następnie stopniowo przedłużany wzdłuż kierunku struny, aby zapewnić gładkie przejście do opisu struny dla układów o większej masie niezmienniczej.

Jeżeli próba dopasowania układu dwóch hadronów do klastra się nie powiodła, to tworzony jest pojedynczy hadron. Podstawowym pomysłem jest wymiana energii i pędu między klastrem i innymi kawałkami struny. Kierunek przekazu pędu zależy od tego, czy powstały hadron jest lżejszy czy cięższy od klastra. Przez sąsiedztwo rozumiemy odległość czaso-przestrzenną opartą na historii struny.

Rozdział 3.

Modelowanie jądra atomowego

Podstawowym założeniem przy obliczeniach i modelowaniu jądra atomowego przy energiach neutrin w obszarze kilku GeV jest przybliżenie impulsowe, *ang. Impulse Approximation* (IP). W tym przybliżeniu neutrino oddziałuje tylko z jednym poruszającym się i związanym nukleonem w tarczy, a pozostałe $(A-1)$ nukleonów jest obserwatorami. Dodatkowe efekty jądrowe mogą być wprowadzone przez oddziaływanie cząstek powstałych w wyniku oddziaływania z nukleonami, które w oddziaływaniu z neutrinem nie brały udziału.

W generatorach Monte Carlo najczęściej stosowanym modelem IP jest gaz Fermiego [SM72], który jest opisany dwoma parametrami: pędem Fermiego k_F i energią wiązania ε_B. Wartość pędu Fermiego można otrzymać przez dofitowanie do danych doświadczalnych albo wyliczyć znając gęstość materii jądrowej. W ten sposób uwzględnia się ruch Fermiego nukleonów w jądrze, efekt zakazu Pauliego i fakt, że nukleony są związane.

Jednak to podejście nie jest całkowicie satysfakcjonujące. Wiadomo, że rozkład pędów nukleonów jest inny niż kwadratowy. Prosta implementacja modelu gazu Fermiego prowadzi do wniosku, że wybite nukleony muszą mieć pęd większy od pędu Fermiego k_F [Wa02]. Nie ma jednak fizycznego powodu, dlaczego mniejsze wartości pędów miałyby być niedostępne.

Jądro atomowe nie ma stałej gęstości i radialna zależność rozkładu materii jądrowej jest wyznaczana doświadczenie. Dzięki temu możliwe jest wprowadzenie pojęcia lokalnego pędu Fermiego $k_F(r)$. Takie podejście do problemu nazywane jest w literaturze przybliżeniem lokalnej gęstości (LDA *ang. Local Density Approximation*)[KO96]. Oddziaływanie może zajść w rejonie, gdzie pęd Fermiego jest niski, a rozkład pędów nukleonów w stanie końcowym staje się gładszy. W modelu LDA nie powinno się stosować znanej z modelu gazu Fermiego energii wiązania, ponieważ jest ona parametrem dopasowanym do danych doświadczalnych jednocześnie ze stałym pędem Fermiego. Wprowadzenie efektu związania nukleonów w jądrze może uzyskać w wyniku innych rozważań, np. przez wprowadzenie efektywnego potencjału optycznego, zależnego od pędu nukleonu i lokalnego pędu Fermiego.

Potencjał zależny od pędu można otrzymać nawet z najprostszej wersji jądrowej teorii pola średniego [SW86]. W podejściu kowariantnym opartym na równaniu Diraca, można rozróżnić wkłady od składowych skalarnej i wektorowej energii własnej nukleonu w materii jądrowej. W tym formalizmie rozpraszanie elektronów na jądrach atomowych było dyskutowane w [KHF95] z polem średnim wziętym z [CHC93]. Bardziej współczesne wyniki z energią własną można znaleźć np. w [SM01], gdzie zastosowano podejście macierzy G. Badania, które omówię później, są oparte na obliczeniach przedstawionych w [BR77]. Wybór tego potencjału optycznego był podyktowany możliwością odtworzenia analitycznego wyrażenia na rzeczywistą część potencjału optycznego jako funkcji gęstości (lokalnego pędu Fermiego) i pędu nukleonu. Ponadto ważne było porównanie z wynikami numerycznymi innych autorów, którzy korzystali z parametryzacji tego samego potencjału [BD77] [NS02]. Inny rozwijany później potencjał w ramach modelu BUU [LAM05] ma kształt i wartości bardzo podobne do potencjału B&R [BR77].

3.1 Gaz Fermiego i zakaz Pauliego

Model gazu Fermiego jest najprostszym modelem pola średniego w fizyce jądrowej. W tym modelu jądro to zdegenerowany układ nieoddziałujących protonów i neutronów, każdy z dwoma spinowymi stopniami swobody i z liczbą falową Fermiego związaną z gęstością barionową. Inaczej mówiąc model gazu Fermiego jądra atomowego jest modelem gazu doskonałego fermionów z rozkładem Fermiego-Diraca w temperaturze $T = 0$. Gęstość obsadzeń redukuje się do funkcji schodkowej

$$\frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T}+1} \quad \overrightarrow{T \to 0} \quad \theta\left(\mu-\varepsilon\right). \tag{3.1}$$

Stan układu o najniższej energii otrzymuje się obsadzając jednocząstkowe poziomy energetyczne aż do energii Fermiego. Potencjał chemiczny doskonałego gazu Fermiego w $T = 0$ jest równy energii Fermiego ($\mu = \varepsilon_F$).
Gęstość stanów w $T = 0$ jest dana przez

$$\rho = \frac{N}{V} = \frac{g}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int\limits_0^\mu d\varepsilon\sqrt{\varepsilon}, \tag{3.2}$$

$$\rho = \frac{g}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\mu^{3/2}, \tag{3.3}$$

gdzie g jest czynnikiem degeneracji. Ponieważ dla $T = 0$ mamy $\mu = \varepsilon_F$, to

$$\rho = \frac{g}{6\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \varepsilon_F^{3/2} \tag{3.4}$$

Przekształcając powyższe wyrażenie na energię Fermiego i pęd Fermiego (właściwie wektor falowy Fermiego, ale w jednostkach w których $\hbar = 1$ nie ma między nimi różnicy) i przyjmując, że nukleony są nierelatywistyczne dostajemy:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\rho\frac{6\pi^2}{g}\right)^{2/3}, \tag{3.5}$$

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \tag{3.6}$$

$$k_F = \left(\rho\frac{6\pi^2}{g}\right)^{1/3}. \tag{3.7}$$

Do tej pory nie precyzowaliśmy z gazem jakich cząstek mamy do czynienia. Dla jąder, gdy protony i neutrony są traktowane jako niezależne stany nukleonu i czynnik degeneracji wynosi $g = 4$, a gęstość materii barionowej jest sumą gęstości protonowej i neutronowej

$$\rho_B = \rho_p + \rho_n \tag{3.8}$$

Pęd Fermiego wynosi zatem

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2}{2}\rho\right)^{1/3} \tag{3.9}$$

Pędy Fermiego dla protonów i neutronów otrzymujemy z równania (3.9)

$$k_F^p = k_F\sqrt[3]{2\frac{A}{Z}} \tag{3.10}$$

$$k_F^n = k_F\sqrt[3]{2\frac{A-Z}{Z}} \tag{3.11}$$

Dla jąder izotopowo neutralnych (o takiej samej liczbie protonów i neutronów) pędy Fermiego są we wszystkich trzech przypadkach takie same.

Model gazu Fermiego opisuje nieoddziałujące cząstki, ale w konkretnych należy uwzględnić fakt, że nukleony są związane w jądrach atomowych. Innymi słowy nukleony są w polu efektywnego potencjału V. Energia nukleonu wynosi

$$E_N = \sqrt{k^2 + M^2} + V, \tag{3.12}$$

gdzie k jest wartością pędu nukleonu. Wpływ potencjału ($V < 0$) można uwzględnić przez wprowadzenie masy efektywnej, niższej niż masa swobodna. Energia potrzebna do wyemitowania jednego nukleonu przez jądro atomowe jest nazywana średnią energię separacji $\bar{\varepsilon}$. Masy dwóch jąder o liczbie protonów Z i różnej o jeden liczbie neutronów N i $N-1$ są związane relacją:

$$M(Z,N) = M(Z,N-1) + M_{neutron} - \bar{\varepsilon}_{neutron}. \tag{3.13}$$

W najprostszym przypadku kiedy pęd Fermiego jest stały zakładamy, że energia wiązania też jest stała i równanie (3.12) przyjmuje postać

$$E_N = \sqrt{k^2 + M^2} - E_B, \tag{3.14}$$

gdzie $E_B > 0$ oznacza energię wiązania.

Uwzględnienie efektów jądrowych w oczywisty sposób wpływa na przekroje czynne.W konsekwencji zasady wykluczania Pauliego małe przekazy energii do uwięzionego nukleonu są tłumione, ponieważ nisko leżące poziomy energetyczne są zajęte przez inne nukleony. Zmniejsza to różniczkowy przekrój czynny dla małych Q^2. W pierwszym przybliżeniu można to opisać przez pomnożenie różniczkowego przekroju czynnego przez *czynnik odpowiedzi* [MDO79]

$$R(q,\nu) = \frac{1}{4/3\pi k_F^3} \int \frac{d^3kM^2}{E_N E_{N'}} \delta(E_N + \nu - E_B - E_{N'}) \theta\left(|\vec{k} + \vec{q}| - k_F\right) \theta\left(k_F - |\vec{k}|\right), \tag{3.15}$$

gdzie $E_N = \sqrt{\vec{k}^2 + M^2}$, który prowadzi do nawet 20% redukcji kwazielastycznego przekroju czynnego dla niskich energii.

3.2 Potencjał zależny od pędu

W badanej realistycznej sytuacji należy wprowadzić potencjał zależny od pędu

$$E_k = E_k^* + V(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 + M^2} + V(\vec{k}) \tag{3.16}$$

w zależności od odległości od środka jądra.

Na początku zdefiniuję potencjał optyczny tak jak to przedstawiono w pracy [BR77]. Nukleon o energii E i pędzie $\vec{p}$, poruszający się w nieskończonym układzie o gęstości charakteryzowanej przez k_F *czuje* średni zespolony potencjał $U(k_F; \vec{p},\ E) = V + iW$, którego dominujący człon jest dany przez

$$U(k_F; p; E) = \sum_{p<k_F} < \vec{p}\ \vec{k} | t(\omega) | \vec{p}\ \vec{k} >_A . \tag{3.17}$$

Tutaj $\omega = E + e(p)$, $e(p)$ jest energią jedno-cząstkową związanego nukleonu o pędzie $\vec{p}$, a $< \vec{p}\ \vec{k} | t(\omega) | \vec{p}\ \vec{k} >_A$ są dwu-ciałowymi antysymetrycznymi elementami macierzowymi operatora przejścia $t(\omega)$ zdefiniowanym przez równanie całkowe

$$t(\omega) = \mathcal{V} - \mathcal{V} G(\omega) t(\omega). \tag{3.18}$$

Potencjał Miedzy-nukleonowy jest oznaczony przez $\mathcal{V}$. $G(\omega)$ jest funkcją Greena dla pary nukleonów

$$G(\omega) = \frac{Q_P(\vec{q}_1, \vec{q}_2)}{e(q_1) + e(q_2) - \omega - i\epsilon}, \tag{3.19}$$

gdzie $\vec{q}_1$ i $\vec{q}_2$ są pędami nukleonów w stanach pośrednich, a $Q_P(\vec{q}_1, \vec{q}_2)$ jest operatorem Pauliego

$$Q_P(\vec{q}_1, \vec{q}_2)\,|\vec{q}_1, \vec{q}_2>= \begin{cases} |\vec{q}_1, \vec{q}_2>, \text{ jeżeli } \; q_1, q_2 > k_F \\ 0 \text{ w pozostałych przypadkach} \end{cases} \tag{3.20}$$

Wybór energii jednocząstkowych $e(q)$ powinien być samokonsystentny, aby wziąć pod uwagę efekty poza powłoką masy. Jeżeli wstawimy masę nukleonu M, to

$$e(q) = \frac{q^2}{2M} + U(k_F; q, E). \tag{3.21}$$

Ponieważ rząd wielkości części urojonej $e(q)$ jest mały w porównaniu z częścią rzeczywistą, powyższe równanie przybliża się przez

$$e(q) \approx \frac{q^2}{2M} + Re\left[U(k_F; q, e(q))\right], \tag{3.22}$$

z wymogiem samokonsystencji.

Zależność zespolonego potencjału optycznego otrzymuje się z równania (3.22) korzystając z miedzynukleonowego oddziaływania Hamada-Johstona. Energia nukleonu jest zdefiniowana jako energia kinetyczna plus potencjał $V(p)$. W pacy [BR77] pokazano zależność $V(p)$ dla trzech wartości pędu Fermiego $k_F = 1.4,\ 1.1,\ 0.8\ fm^{-1}$, które z grubsza odpowiadają wartościom pędu Fermiego w jądrze dla części: centralnej, środkowej i zewnętrznej.

Korzystając z wyników w pracy [BR77], dopasowano rzeczywistą część potencjału optycznego do wzoru (rysunek. 3.1):

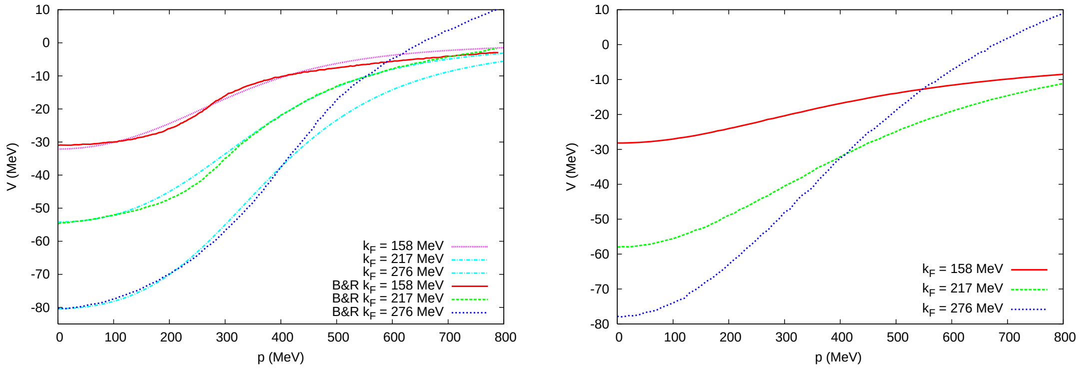
$$V(k_F, p) = -\frac{(ak_F)^2\,(k_F + b)}{c^4 + d^3 k_F + e^3 p^2/k_F + p^4}, \tag{3.23}$$

gdzie k_F, p, i $V(k_F, p)$ są wyrażone w MeV, a wartości parametrów są następujące: $a = 206\ MeV$, $b = 582\ MeV$, $c = -322\ MeV$, $d = 422\ MeV$, and $e = 289\ MeV$.

Forma potencjału (3.23) spełnia następujące kryteria:

- V jest ujemny,
- V odtwarza znaczące cechy wykresów z [BR77],
- V jest monotonicznie rosnący,
- dla większych wartości pędu, V szybko osiąga zero,
- dla małych wartości pędu, V jest proporcjonalny do p^2, a w granicy $p \to 0$ oczekuje się że będzie zachodzić

$$V(p) + \frac{p^2}{2M} \sim V_0 + \frac{p^2}{2M^*}. \tag{3.24}$$



Rysunek 3.1: Zależność od pędu potencjału $V(k_F, p)$ dla trzech wartości pędu Fermiego. Na rysunku z lewej strony porównane z oryginalnych wykresó z [BD77], oznaczonych B&R z wynikami dopasowania (patrz (3.23)). Na prawymi rysunku zależność od pędu potencjału Giessen $V(\vec{r},\ \vec{p})$

$M^* < M$ jest masą efektywną nukleonu w jądrze. Niepewności w rekonstrukcji potencjału została odziedziczona z oryginalnych obliczeń, gdzie uwzględniono wkład tylko od skończonej liczby harmonik sferycznych ($L \leq 4$).

Potencjał B&R był wyprowadzony już kilkadziesiąt lat temu, jednak jego postać i zachowanie jest bardzo podobne do obliczonych później potencjałów, np. do potencjał pola średniego z parametryzacją Welke [WPK88] zastosowanego w modelu BUU [LAM05].

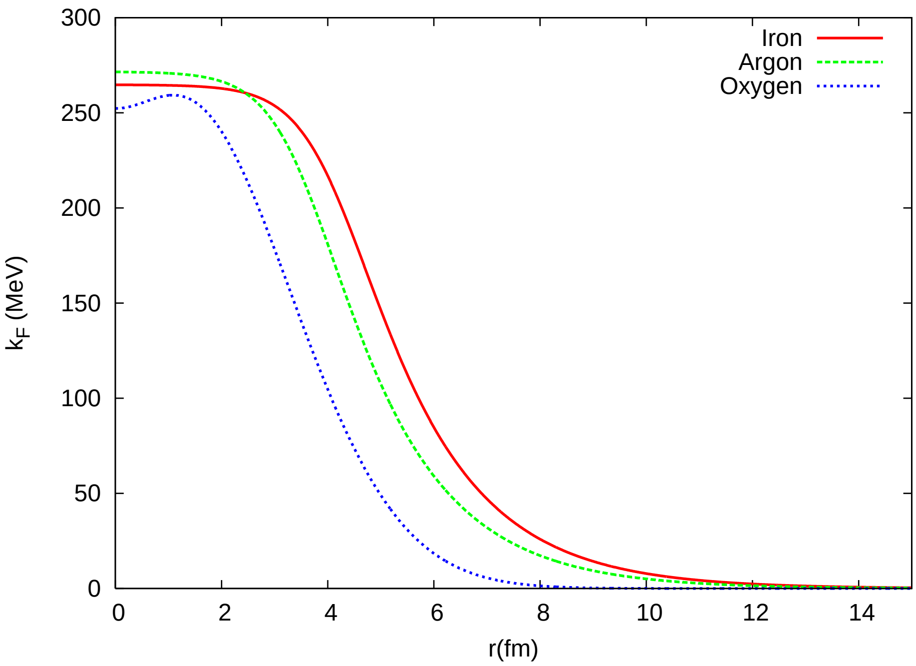
W ramach modelu BUU wykorzystywany efektywny potencjał opisuje wielociałowe oddziaływania nukleonów, który też zależy jedynie od gęstości i pędu [WPK88]:

$$V(\vec{r},\ \vec{p}) = A\frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} + B\left(\frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0}\right)^{\tau} + \frac{2C}{\rho_0}g\int\frac{dp'}{(2\pi)^3}\frac{f(\vec{r},\vec{p})}{1+\left(\frac{\vec{p}-\vec{p}'}{\Lambda}\right)^2}, \tag{3.25}$$

gdzie korzystano z parametrów $A = -29.3\ MeV$, $B = 57.2\ MeV$, $C = -63.5\ MeV$, $\tau = 1.76$ i $\Lambda = 2.13\ fm^{-1}$. Parametry te zostały dopasowane do danych saturacji materii jądrowej i także do zależności pędowej potencjału optycznego, jaki zmierzono w zderzeniach pA [EMB99]. Na rysunku 3.1 przedstawiłem wykres potencjału (3.25) dla tych samych wartości pędu Fermiego jak dla potencjału B&R. Porównując wykresy na rysunku 3.1 widać, że oba potencjały są bardzo podobne.

3.3 Przybliżenie lokalnej gęstości

Stała gęstość materii jądrowej, założona w modelu Fermiego, jest w wielu przypadkach wystarczającym przybliżeniem jądra atomowego. Jednak z danych rozpraszania elektronów na jądrach wiadomo, że rozkład ładunku nie jest jednorodny [M69] i gęstość materii jądrowej nie jest stała.



Rysunek 3.2: Zależność lokalnego pędu Fermiego $k_F(r)$ dla ${}_8O^{16}$, ${}_{18}Ar^{40}$ i ${}_{26}Fe^{56}$.

Największą zaletą rozpraszania elektronów do badania materii jądrowej jest fakt, że oddziaływanie czysto elektromagnetyczne jest dobrze znane. Większa dokładność danych doświadczalnych i duży obszar przekazu energii pozwala na korzystanie z bardziej wyrafinowanych modeli do opisu subtelnych szczegółów rozkładu ładunku.

Założenie niejednorodnego rozkładu materii jądrowej i wprowadzenie lokalnego pędu Fermiego jest konsekwencją przybliżenia lokalnej gęstości. Tarcza jest traktowana jako zbiór nukleonów, rozłożonych w przestrzeni według profilu gęstości, wyznaczonego w doświadczeniach rozpraszania elektron-jądro. Dla jądra tlenu (${}_8O^{16}$), do opisu rozkładu gęstości materii jądrowej stosowany jest model oscylatora harmonicznego [VJV87]:

$$\rho^{O^{16}}(r) = \rho_0 \exp\left(-r^2/R^2\right)\left(1 + C\frac{r^2}{R^2}\right), \tag{3.26}$$

gdzie $R = 1.883\ fm$, $\rho_0 = 0.141\ fm^{-3}$ i $C = 1.544$.

Dla jąder argonu (${}_{18}Ar^{40}$) i żelaza (${}_{26}Fe^{56}$) stosujemy dwu-parametrowy model Fermiego z profilem gęstości:

$$\rho^{Ar,Fe}(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-C}{C_1}\right)} \tag{3.27}$$

z następującymi parametrami:

	$\rho_0[fm^{-3}]$	$C[fm]$	$C_1[fm]$
$_{18}Ar^{40}$	0.176	3.530	0.541
$_{26}Fe^{56}$	0.163	4.111	0.558

We wszystkich przypadkach ρ_0 jest stałą normalizacyjną zdefiniowana przez warunek:

$$\int d^3r\rho(r) = A. \tag{3.28}$$

Lokalny pęd Fermiego jest wyznaczony z profilu gęstości zgodnie z równania 3.9. Na rysunku 3.2 pokazałem radialną zależność pędu Fermiego dla jąder tlenu, argonu i żelaza.

Do porównań z gazem Fermiego ze stałym pędem Fermiego potrzebne są średnie wartości pędu Fermiego z profilu gęstości. Definiując średnią wartość k_F jako:

$$\left\langle k_F^{nucleus} \right\rangle = \frac{\int k_F\left(r\right) r^2 \rho^{nucleus}\left(r\right) dr}{\int r^2 \rho^{nucleus}\left(r\right) dr}, \tag{3.29}$$

otrzymano następujące wartości:

$$\langle k_F^O \rangle = 199\ MeV, \tag{3.30}$$

$$\langle k_F^{Ar} \rangle = 217\ MeV, \tag{3.31}$$

$$\langle k_F^{Fe} \rangle = 217\ MeV. \tag{3.32}$$

Rozdział 4.

Generator zdarzeń

Monte Carlo to algorytm probabilistyczny, w którym następna wykonywana instrukcja jest określana w sposób losowy, zgodnie z pewnym rozkładem prawdopodobieństwa. Pozwala on oszacować spodziewaną wartości zmiennej losowej na podstawie średniej wartości losowych próbek. Nie ma gwarancji, że to oszacowanie jest bliskie właściwej wartości oczekiwanej, ale prawdopodobieństwo, że tak jest zwiększa się ze wzrostem czasu działania algorytmu. Metoda Monte Carlo zakłada istnienie *generatora liczb losowych*. W mojej pracy korzystam z generatora liczb losowych MT19937 [NM02].

Zadaniem generatora zdarzeń jest produkowanie stanów końcowych procesu oddziaływania tak szczegółowych, jak tylko mogą być obserwowane przez idealny detektor. Nie robi się tego w jednym kroku, ale raczej przez faktoryzację całego problemu na szereg etapów, z których każdy jest traktowany z odpowiednią dokładnością. Np. w przypadku rozpraszania neutrin na jądrze, sposobem podziału przeprowadzenie najpierw procedury hadronizacji a następnie kaskady jądrowej. W praktyce problem jest bardziej skomplikowany i w procedurze generacji zdarzenia, opisane wyżej 2 etapy, są podzielone na jeszcze mniejsze procesy.

Generator Monte Carlo powinien produkować dane wyjściowe w postaci zdarzenia z takim samym średnim zachowaniem i takimi samymi fluktuacjami jak rzeczywiste dane doświadczalne. Fluktuacje w danych doświadczalnych pochodzą z kwantowo-mechanicznego opisu zjawisk. Technika Monte Carlo jest stosowana do wyboru wszystkich znaczących zmiennych zgodnie z żądanym rozkładem prawdopodobieństwa, a zatem zapewniając losowość w końcowych zdarzeniach. Oczywiście pociąga to za sobą utratę informacji, ponieważ obliczenia w mechanice kwantowej dotyczą amplitud, a nie prawdopodobieństw. Nie jest to jednak zbyt restrykcyjne przybliżenie.

Generator zdarzeń ma wiele zastosowań, przez to,że:

i. Dają wiedzę co do rodzaju zdarzeń, jakich należy oczekiwać w doświadczeniu.

ii. Umożliwiają planowanie nowych detektorów, tak aby ich właściwości były optymalne.

iii. Pomagają obmyślać strategię, jaka powinna być użyta przy analizie rzeczywistych danych, tak by szukany sygnał był skutecznie odseparowany od tła.

iv. Umożliwiają ilościową ocenę, w jaki sposób nowe zjawiska fizyczne wpływają na obserwable.

4.1 Wrocławski generator Monte Carlo

Wrocławski generator Monte Carlo opisuje rozpraszanie neutrin na swobodnych nukleonach. Docelowo będą w nim uwzględnione efekty jądrowe. Na obecnym etapie jest to możliwe tylko w przypadku oddziaływania kwazielastycznego.

Generator Monte Carlo oddziaływań zawiera kilka modeli dynamicznych:

i. Rozpraszanie kwazielastyczne [LS72] z form faktorami [BBBA05] - rozdział 2.2.

ii. Rozpraszanie elastyczne z wkładem do form faktorów od kwarku dziwnego [ABC02].

iii. Model wzbudzenia rezonansu Δ [ASV98] - rozdział 2.3.

iv. Formalizm rozpraszania głęboko nieelastycznego [LP96] z funkcjami rozkładu partonów GRV94 [GRV95] i modyfikacjami na funkcje struktury [BY02]- rozdział 2.5.

Całkowity przekrój czynny jest sumą wkładów od procesów

$$\sigma_{total} = \sigma_{QE}^{CC} + \sigma_{SPP}^{CC} + \sigma_{DIS}^{CC} + \sigma_{QE}^{NC} + \sigma_{SPP}^{NC} + \sigma_{DIS}^{NC}, \tag{4.1}$$

gdzie σ_{SPP} jest sumą przekrojów czynnych na produkcję pojedynczych pionów. Taki podział wynika z zastosowanego modelu łączenia obszarów rezonansowego i głęboko nieelastycznego w kanale jednopionowym.

Generator jest zorganizowany wokół struktury zdarzenia, które zawiera trzy zestawy wektorów dla cząstek wchodzących, tymczasowych i końcowych. Wszystkie wektory są zapisane w układzie laboratoryjnym. W zestawie cząstek wchodzących zapisane są informacje o neutrinie i nukleonie. W przypadku kiedy tarczą jest swobodny nukleon, w zestawie wektorów tymczasowych zapisane są wektory cząstek pośrednich powstałych w wyniku hadronizacji, a cząstki końcowe są zapisane w zestawie wektorów końcowych. Warto tutaj zauważyć, że w generatorze neutralny pion jest cząstką stabilną, co jest pomocne w analizie wyników symulacji. W przypadku rozpraszania na jądrach, wektory tymczasowe zawierają cząstki po hadronizacji, a zestaw wektorów końcowych zawiera opis cząstek po uwzględnieniu efektów jądrowych.

W strukturze zdarzenia zapisane są informacje o użytych parametrach i zbiór zmiennych logicznych, oznaczających zdarzenie jako QEL, DIS, CC, NC i inne. Wejściowe parametry są czytane na początku symulacji z pliku tekstowego, a zdarzenia są zbierane w pliku w formacie pakietu ROOT, w celu uproszczenia dalszej analizy i zmniejszenia wykorzystywanych zasobów systemowych.

Poniżej opisuję algorytm i modele zastosowane przy konstruowaniu generatora. W pierwszym etapie podany jest ogólny algorytm generacji zdarzenia, a następnie opis tworzenia zdarzenia nieelastycznego włącznie z produkcją kanałów jednopionowych. W kolejnym części opisuję zastosowaną procedurę fragmentacji i model sklejania kanałów jednopionowych.

Algorytm generatora

Produkcja zdarzenia w generatorze przebiega w kilku poniżej opisanych etapach, a rysunek 4.1 ilustruje kolejne kroki algorytmu.

i. Wczytanie pliku *params.txt* z parametrami potrzebnymi do rozpoczęcia generacji zdarzeń. Opis paramentów zawartych w pliku params.txt znajduje się w dodatku A.2.

ii. Wybranie energii neutrino - jest to albo stała albo wartość wylosowana z podanego rozkładu.

iii. Wybranie oddziałującego nukleonu i jego pędu z kuli Fermiego (w przypadku swobodnych cząstek pęd Fermiego równa się zero).

iv. Wybór dynamiki: rozpraszanie kwazielastyczne, rozpraszanie elastyczne, rozpraszanie nieelastyczne CC i NC. Dynamika jest wybierana według obliczanego w trakcie generacji zdarzeń próbnych stosunku przekrojów czynnych.

v. Wykonanie procesu. Obliczenie przekroju czynnego i wyznaczenie stanów końcowych.

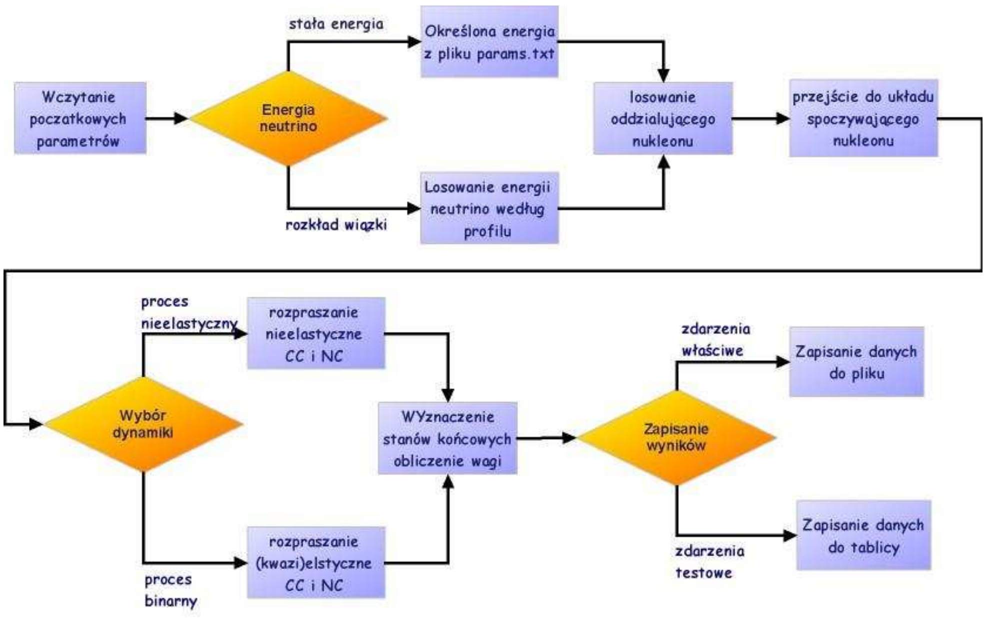
vi. Zapisanie do pliku całego zdarzenia: stany początkowe, stany końcowe, oznaczenie rodzaju dynamiki i kilku dodatkowych parametrów.

Algorytm wyznaczania zdarzenia nieelastycznego:

Znaczącą częścią głównego generatora jest algorytm tworzenia zdarzeń nieelastycznych włącznie z procedurami fragmentacji. Fragmentacja jest opisana w dalszej części, a nieelastyczne zdarzenie jest generowane według następujących kroków (rysunek 4.2)

i. Danymi wejściowymi są informacje o cząstkach biorących udział:

- czterowektor i rodzaj neutrina,



Rysunek 4.1: Algorytm generacji zdarzenia.

- czterowektor i rodzaj nukleonu.

ii. Czterowektory cząstek początkowych są transformowane do układu spoczywającego nukleonu.

iii. Na płaszczyźnie (W, ν) losowany jest punkt z obszaru dozwolonego kinematycznie.

iv. Uruchamiana jest procedura fragmentacji w układzie spoczynkowym pary kwark - dikwark.

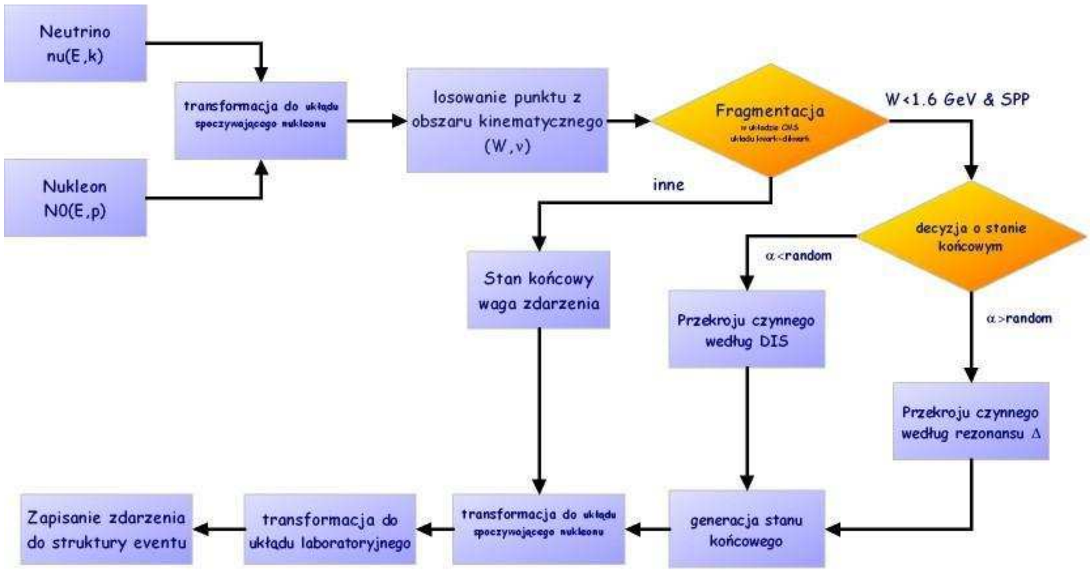
- Jeżeli stan końcowy jest stanem *nieelastycznym* tj. nie jest stanem jednopionowym bądź jest stanem jednopionowym, ale o masie niezmienniczej $W > 1.6\ GeV$, to zdarzeniu zostaje przypisana waga - przekrój czynny.
- Jeżeli stan końcowy jest stanem jednopionowym o masie niezmienniczej $W < 1.6\ GeV$, to stan jest przejmowany przez procedurę łączenia dynamik wzbudzenia rezonansu Δ i formalizmu DIS:
  - Według implementowanego wyrażenia na przekrój czynny wybierany jest sposób produkcji zdarzenia: przez wzbudzenie rezonansu Δ lub w formalizmie DIS.
  - Zdarzeniu przypisywana jest waga - przekrój czynny mnożony przez odwrotność funkcji 1-pionowej.

  – Następnie wygenerowanie stanu końcowego i zapisanie informacji o zdarzeniu do pamięci.

v. Czterowektory cząstek pochodzących z fragmentacji są transformowane do układu spoczywającego nukleonu.

vi. powstały lepton i pozostałości fragmentacji są transformowane do układu laboratoryjnego (spoczywająca tarcza - jądro).

vii. Zdarzenie jest zapisywane do pamięci.



Rysunek 4.2: Algorytm generacji zdarzenia nieelastycznego.

Fragmentacja w generatorze Monte Carlo

W dostępnym w generatorze PYTHIA procesie rozpraszania głęboko nieelastycznego nie jest rozważany obszar masy niezmienniczej $W < 2\ GeV$, dla której fragmentacja jest przejęta przez mechanizm fragmentacji klastra. Dla małych mas niezmienniczych, należy skonstruować algorytm do wyznaczania patronów potrzebnych do fragmentacji. Metoda fragmentacji w generatorze PYTHIA nie jest jedyną wykorzystywaną w generatorach oddziaływań neutrin. Istnieją inne implementacje modelu LUND i inne modele fragmentacji. Dlatego jednym z założeń przy konstruowaniu generatora była możliwość jego podłączenia do innych generatorów fragmentacji.

Według formalizmu DIS, rozpraszanie neutrin zachodzi na pojedynczym kwarku. Może to być kwark walencyjny bądź kwark morza. Wkład do różniczkowego przekroju czynnego, pochodzące od danego kwarku jest określony poprzez funkcje struktury wyrażoną w funkcjach rozkładu partonów.

Inkluzywny przekrój czynny na rozpraszania na nukleonie w formalizmie DIS jest dany przez

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{\nu(\bar{\nu})}(E)}{dxdy} &= \frac{G_F^2 ME}{\pi}\left[\left(xy^2 + \frac{ym^2}{2ME}\right) F_1\left(x,Q^2\right) \pm \left(xy - \frac{xy^2}{2} - \frac{ym^2}{4ME}\right) F_3\left(x,Q^2\right)\right. \\ &+ \left.\left(1 - y - \frac{Mxy}{2E} - \left(\frac{m}{2E}\right)^2 - \frac{m^2}{2MEx}\right) F_2\left(x,Q^2\right)\right]. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Funkcje struktury są zdefiniowane w modelu partonowym przez kombinację funkcji rozkładu partonów

$$\begin{aligned} F_1\left(x,Q^2\right) &= \sum_j \left[q_j\left(x,Q^2\right) + \bar{q}_j\left(x,Q^2\right)\right] \\ F_3\left(x,Q^2\right) &= 2\sum_j \left[q_j\left(x,Q^2\right) - \bar{q}_j\left(x,Q^2\right)\right] \\ F_2\left(x,Q^2\right) &= 2xF_1\left(x,Q^2\right) \end{aligned} \tag{4.3}$$

Poprawki Bodka-Yanga zmieniają funkcje struktury. Przyjmuję, że są one takie same dla wszystkich składników nukleonu wchodzących w ich skład. Korzystając z funkcji struktury (4.3) przekrój czynny na rozpraszanie głęboko nieelastyczne (4.2), można przepisać jako suma wkładów od poszczególnych partonów q_i

$$\frac{d^2\sigma^{\nu q_i \to \mu q_j}}{dxdy} \sim q_i K_i, \tag{4.4}$$

gdzie K_i jest czynnikiem kinematycznym dla partonu q_i.

Zakładam, że oddziaływanie zachodzi na swobodnym partonie. Prawdopodobieństwo rozpraszania na danym kwarku mogę zdefiniować jako

$$P(q_i) = \frac{\frac{d^2\sigma^{q_i}}{dxdy}}{\sum\limits_{j=q,\bar{q}} \frac{d^2\sigma^{q_j}}{dxdy}}. \tag{4.5}$$

W przypadku rozpraszania na nukleonie mamy trzy kwarki walencyjne tworzące kolorowy singlet. Oddziaływanie na jednym z nich powoduje powstanie struny o masie niezmienniczej W między kwarkiem i układem dwóch pozostałych kwarków, który dalej będę nazywał dikwarkiem.
Mechanizm fragmentacji generatora PYTHIA wymaga zatem układu kwark-dikwark, aby następnie wykonać fragmentację i hadronizację korzystając z algorytmu LUND.

W przypadku procesu przez prąd naładowany, w wyniku oddziaływania, kwark zmienia zapach, a dla procesu przez prąd neutralny nie ma zmiany zapachu. Jednak dla oddziaływania CC dostępna jest tylko część kwarków względu na zachowanie ładunku, zaś dla NC mogą oddziaływać wszystkie kwarki.

W zależności od oddziałującego partonu rozróżniam kilka przypadków [SL].

Prąd naładowany

W pierwszej kolejności rozpatrzę przypadek oddziaływania na nukleonie przez prąd naładowany.

- W przypadku rozpraszania na kwarku walencyjnym struna jest tworzona z powstałego kwarku i pozostałych kwarków walencyjnych (dikwarku).

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{val} + (qq)_{val} \rightarrow l^{\pm} + X$$

- W przypadku rozpraszania na kwarku morza u lub d, pozostały antykwark anihiluje z odpowiednim kwarkiem walencyjnym, a powstały kwark tworzy strunę w dikwarkiem - dokładnie jak w poprzednim przypadku.

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{sea} + (\overline{q}qqq) \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} d \\ u \end{pmatrix}_{sea} + (\overline{q}qqq) + X \rightarrow l^{\pm} + X$$

- Jeśli rozpraszanie na antykwarku u (d) daje antykwark d (u), powstały kwark anihiluje z kwarkiem walencyjnym.

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{d} \\ \overline{u} \end{pmatrix}_{sea} + (qqqq) \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} \overline{u} \\ \overline{d} \end{pmatrix}_{sea} + (qqqq) \rightarrow l^{\pm} + X$$

- Jeśli rozpraszanie na antykwarku u daje antykwark s lub rozpraszanie na antykwarku d daje antykwark c , to tworzy on z jednym z kwarków walencyjnych odpowiedni mezon dziwny lub powabny, a pozostały kwark morza i dikwark tworzy strunę do fragmentacji.

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{d} \\ \\ \overline{u} \end{pmatrix}_{sea} + (qqqq) \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} \overline{c} \\ \\ \overline{s} \end{pmatrix}_{sea} + (qqqq) \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} \overline{c}q \\ \\ \overline{s}q \end{pmatrix}_{sea} + X$$

- W przypadku rozpraszania na kwarku lub antykwarku dziwnym, pozostały dziwny składnik tworzy mezon z kwarkiem walencyjnym, a pozostałe kwarki tworzą strunę do fragmentacji.

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + (s\overline{s})_{sea} + (qqq)_{val} \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} \overline{s}q \\ \\ s\overline{q} \end{pmatrix} + (qqq) \rightarrow l^{\pm} + \begin{pmatrix} \overline{s}q \\ \\ s\overline{q} \end{pmatrix} + X$$

Prąd neutralny

W przypadku oddziaływania przez prąd neutralny zapach kwarku nie jest zmieniany, ale kwarki o każdym zapachu biorą udział w oddziaływaniu.

- W przypadku rozpraszania na kwarku walencyjnym, wybity kwark tworzy strunę i następuje fragmentacja

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ \\ d \end{pmatrix}_{val} + (qq)_{val} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + X$$

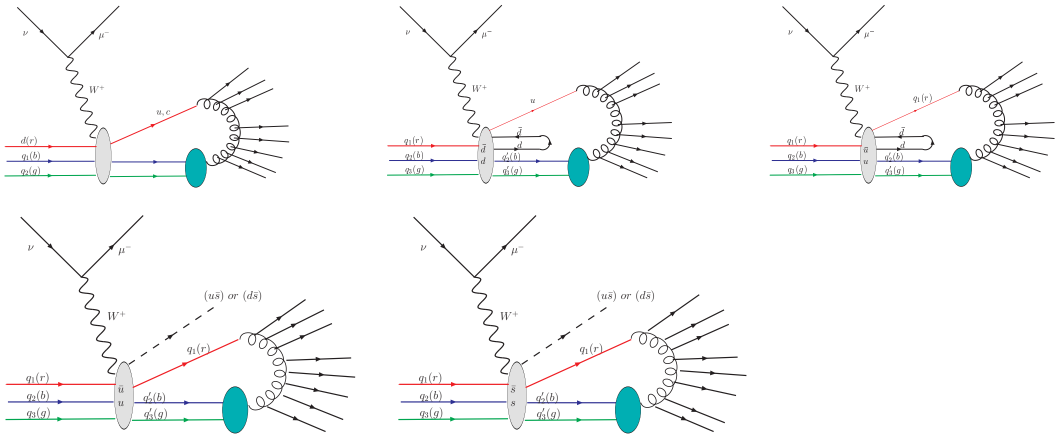
- Dla rozpraszania na kwarku lub antykwarku u lub d morza, antykwark anihiluje z jednym z kwarków walencyjnych - reszta tworzy strunę i następuje anihilacja

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + (q\overline{q})_{sea} + (qqq)_{val} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + q_{sea}\,(qq)_{val} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + X$$

- Dla rozpraszania na kwarku lub antykwarku dzianym s, antykwark dziwny tworzy dziwny mezon z jednym z kwarków walencyjnych, a z pozostałego układu następuje fragmentacja

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + N \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + (s\overline{s})_{sea} + (qqq)_{val} \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + (\overline{s}q) + (qqq) \rightarrow \begin{pmatrix} \nu \\ \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} + (\overline{s}q) + X$$

Powyższe scenariusze dla prądu naładowanego i neutralnego są wybierane na podstawie prawdopodobieństwa (4.5). Dokładny schemat algorytmu dla przypadku rozpraszania neutrino i antyneutrino na nukleonach jest przedstawiony w dodatku C.



Rysunek 4.3: Scenariusze oddziaływania neutrino ze składnikami nukleonu przez prąd naładowany. Rozpraszanie może zachodzić na kwarku d - walencyjnym i morza oraz na antykwarku $\bar{u}$ i kwarku s. Struna łącząca kwark i dikwark reprezentuje fragmentację wykonywaną przez procedury generatora PYHTIA6. Dodatkowa linia w diagramach w dolnym rzędzie oznacza powstały w zdarzeniu mezon.

Parametry fragmentacji

W generatorze korzystam z PYTHIA6 jako narzędzia do fragmentacji partonów wzbudzonych w czasie oddziaływania. Mechanizm fragmentacji w PYTHII można modyfikować przez zmianę kilku parametrów. Te parametry wybrałem tak, aby przewidywania najlepiej zgadzały sie z danymi doświadczalnymi.

- PARJ(32)(D=1GeV) = 0.1 GeV jest razem z dodaną masą kwarków używany do określenia minimalnej dostępnej energii układu partonów kolorowego singletu.

- PARJ(33)-PARJ(34)(D=0.8GeV, 1.5GeV) = 0.5GeV, 1GeV są razem z dodaną masą kwarków użyte do określenia pozostałej energii, poniżej której fragmentacja układu partonów jest zatrzymana i produkowane są dwa końcowe hadrony.

- PARJ(36)(D=2.0GeV) = 1.0 GeV reprezentuje zależność masy końcowych kwarku i dikwarku do zdefiniowania punkty zatrzymania fragmentacji. Silnie związana z PARJ(33-35)

- MSTJ(17) (D=2) = 3 liczba prób dokonana w celu znalezienia dwóch hadronów, które mają masę poniżej masy klastra.

4.2 Wyniki hadronizacji

Funkcjonowanie generatora trzeba skonfrontować z dostępnymi danymi doświadczalnymi. Istnieją dość dokładne dane dla średniej krotności naładowanych hadronów, krotności neutralnych pionów i produkcji dziwności.

Ogólnie dla oddziaływania CC neutrin na nukleonie mamy

$$\nu + n \quad \rightarrow \quad l^- + X^+, \tag{4.6}$$

$$\nu + p \quad \rightarrow \quad l^- + X^{++}, \tag{4.7}$$

gdzie X^+ i X^{++} oznacza, że w stanie końcowym całkowity ładunek jest równy 1 lub 2 w jednostkach $|e|$. Produkcja kolejnej cząstki naładowanej wymaga powstania pary cząstek o wzajemnie przeciwnych ładunkach.

Rozkład krotności dla oddziaływań przez prąd naładowany został zmierzony zarówno dla rozpraszania na protonie jak i na neutronie.

Średnia krotność naładowanych cząstek $< n_{ch} >$ dla rozpraszania neutrin na nukleonach dla masy niezmienniczej $W > 2\ GeV$ jest opisana za pomocą relacji

$$< n_{ch} >= A + B \ln W^2. \tag{4.8}$$

Zależność (4.8) powinna być prawdziwa także dla średniej krotności dowolnego typu cząstek (neutralnych, pionów, itd.). Stałe A i B są wyznaczane w doświadczenia i powinny być odtwarzane w symulacjach generatora fragmentacji. Parametry A i B zostały dofitowane i ich wartości dla reakcji przez prąd naładowany i neutralny są przedstawione w tabeli 4.1

Na rysunku 4.4 przedstawiłem średnią krotność naładowanych hadronów dla rozpraszania neutrin i antyneutrin na neutronie, a na rys 4.5 dla rozpraszania na protonie. Na rysunku 4.6 porównałem średnią produkcję neutralnych pionów na protonie przy rozpraszaniu neutrin i antyneutrin. Empiryczny wzór ma postać [G83]:

$$\langle n_{\pi^0} \rangle (\nu p) \quad = \quad (0.14 \pm 0.26) + (0.50 \pm 0.08) \ln W^2 \tag{4.9}$$

$$\langle n_{\pi^0} \rangle (\bar{\nu} p) \quad = \quad (0.17 \pm 0.42) + (0.53 \pm 0.13) \ln W^2 \tag{4.10}$$

Zgodność przewidywań generatora z danymi doświadczalnymi jest dobra.

Wyniki fragmentacji zostały porównane z krotnością cząstek naładowanych

$$P(n_{ch}) = \frac{\sigma(n_{ch})}{\sum\limits_{n_{ch}} \sigma(n_{ch})}, \tag{4.11}$$

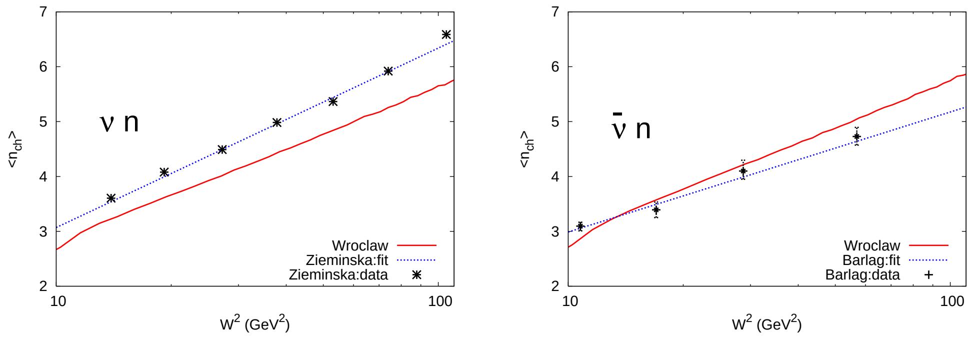
gdzie dane pochodzą z [Z83].

Rozkład liczby naładowanych hadronów jest zgodny z modelem KNO:

$$\langle n_{ch} \rangle P(n_{ch}) = 2 \frac{e^{-c} c^{cz+1}}{\Gamma\,(cz+1)}, \tag{4.12}$$

	A	B	źródło
$\nu p\ CC$	0.50 ± 0.08	1.42 ± 0.03	[Z83]
$\nu p\ CC$	-0.05 ± 0.11	1.43 ± 0.04	[G83]
$\nu n\ CC$	-0.20 ± 0.07	1.42 ± 0.03	[Z83]
$\bar{\nu} p\ CC$	0.02 ± 0.20	1.28 ± 0.08	[B82]
$\bar{\nu} n\ CC$	0.79 ± 0.09	0.93 ± 0.04	[Z83]
$\nu p\ NC$	1.61 ± 0.16	0.99 ± 0.05	[H]
$\bar{\nu} p\ NC$	1.65 ± 0.20	0.95 ± 0.07	[H]

Tablica 4.1: Zestaw dofitowanych parametrów A i B w równaniu 4.8 dla średnie produkcji naładowanych hadronów w różnych procesach.

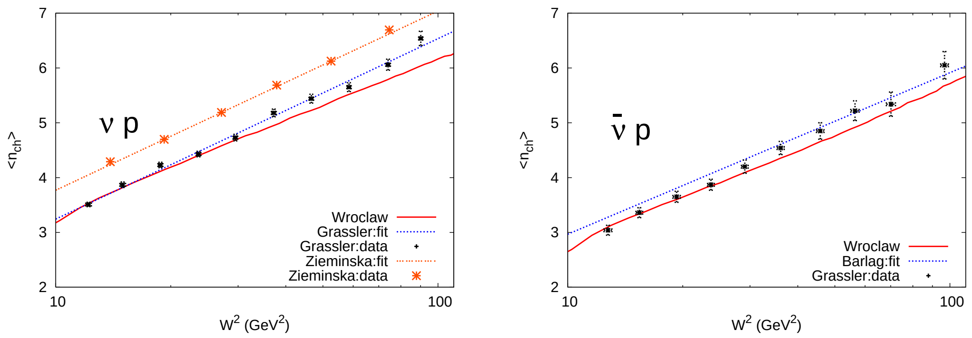


Rysunek 4.4: Średnia krotność naładowanych hadronów powstałych przy rozpraszaniu na neutronie.

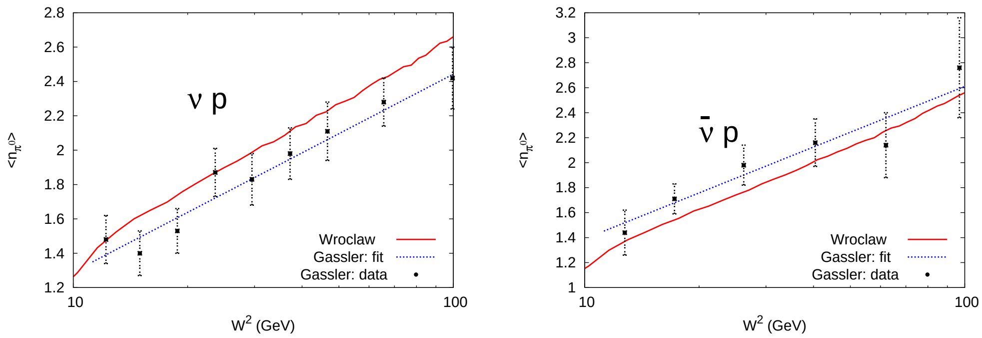
gdzie $z = \frac{n_{ch}}{\langle n_{ch} \rangle}$.

Na wykresach 4.8 i 4.9 podaję porównanie wyników generatora z danymi doświadczalnymi [Z83] dla krotności naładowanych hadronów, dla rozpraszania neutrin na protonie i neutronie. Zgodność z danymi jest lepsza dla rozpraszania na neutronie, niż na protonie.

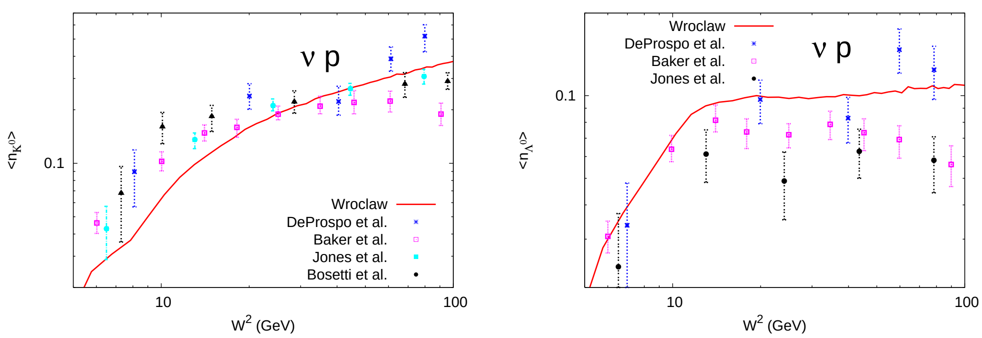
Na kolejnych dwóch rysunkach przedstawiłem wykresy ze średnimi krotnościami K^0 i Λ w reakcji νp. Zgodność z danymi dla produkcji dyskutowanych cząstek dziwnych jest dobra, choć uzyskane przewidywania dla $\langle n_\Lambda \rangle$ są trochę zbyt duże.



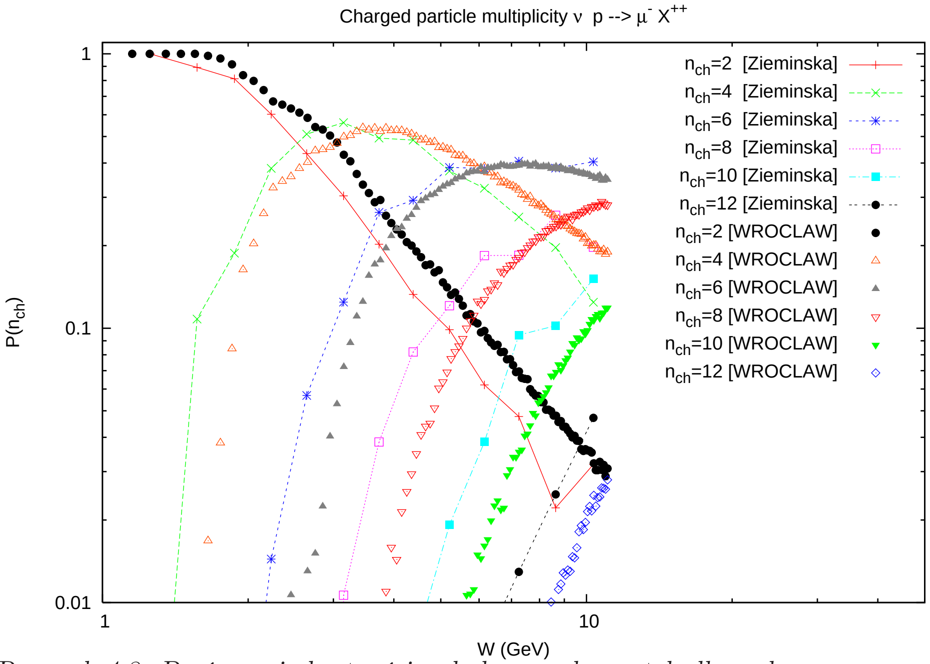
Rysunek 4.5: Średnia krotność naładowanych hadronów powstałych przy rozpraszaniu na protonie.



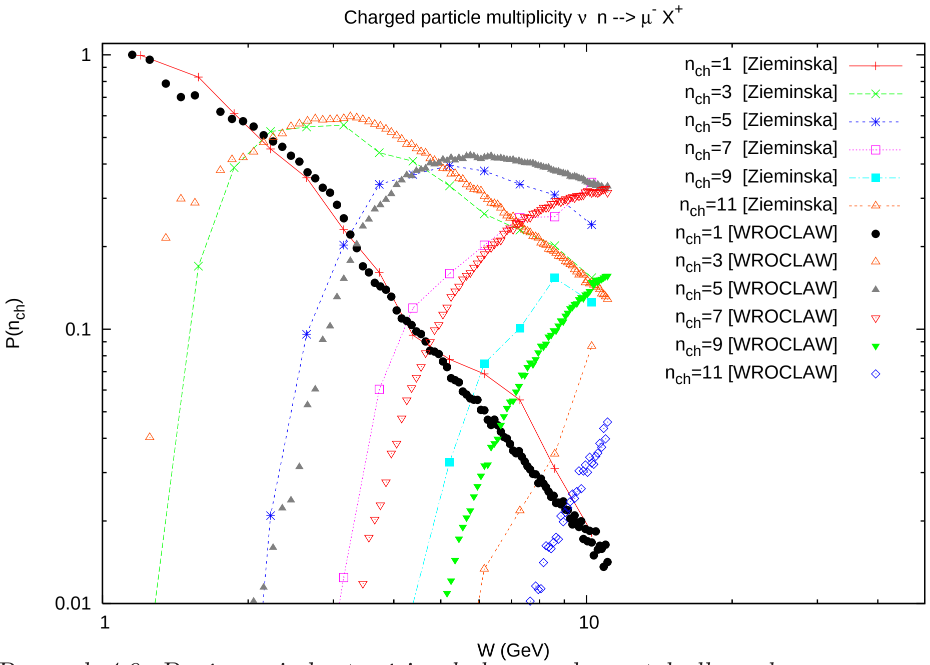
Rysunek 4.6: Średnia krotność produkowanych pionów neutralnych.



Rysunek 4.7: Średnia krotność cząstek dziwnych K^0 i Λ produkowany przy rozpraszaniu neutrin na protonach.



Rysunek 4.8: Porównanie krotności naładowanych cząstek dla wybranego w generatorze zestawu parametrów dla generatora PYTHIA6 dla procesu $\nu p \to \mu^- X^{++}$*. Dane pochodzą z pracy [Z83]*



Rysunek 4.9: Porównanie krotności naładowanych cząstek dla wybranego w generatorze zestawu parametrów dla generatora PYTHIA6 dla procesu $\nu n \to \mu^- X^+$*. Dane pochodzą z pracy [Z83].*

4.3 Produkcja pojedynczych pionów

Produkcja pojedynczych pionów jest bardzo ważna z punktu widzenia zarówno doświadczalnego jak i teoretycznego. W literaturze przyjęto rozróżniać obszar rezonansowy i nieelastyczny za pomocą cięcia w hadronowej masie niezmienniczej. Obszar $W < 2\ GeV$ określa się jako rezonansowy, a jego dopełnienie jako nieelastyczny (nierezonansowy). Takie cięcie jest oczywiście arbitralne i uzasadnione jedynie stosowanymi modelami produkcji rezonansów.

Teoretyczną podstawą, zastosowanego w generatorze modelu produkcji pojedynczych pionów, jest Dualność kwarkowo-hadronowa. Dane doświadczalne dla funkcji struktury F_2, otrzymane w rozpraszaniu elektronów dla małych Q^2, gdzie widać strukturę rezonansową, są uśredniane przez funkcję struktury F_2 głęboko nieelastycznego.

Największy wkład do produkcji pojedynczych pionów pochodzi od wzbudzenia rezonansu $\Delta(1232)$. Kształt rezonansu Δ jest bardzo dobrze widziany w doświadczalnym rozkładzie zdarzeń, w hadronowej niezmienniczej masie. Dane doświadczalne pokazują ostre maksimum w masie niezmienniczej dla procesu $\nu + p \to \mu + p + \pi^+$, natomiast dla kanałów jednopionowych w rozpraszaniu na neutronie, maksimum nieco jest rozmyte, co świadczy o większym wkładzie od innych rezonansów i/lub od tła nierezonansowego, pojawiającego się już przy progu na produkcję pojedynczych pionów.

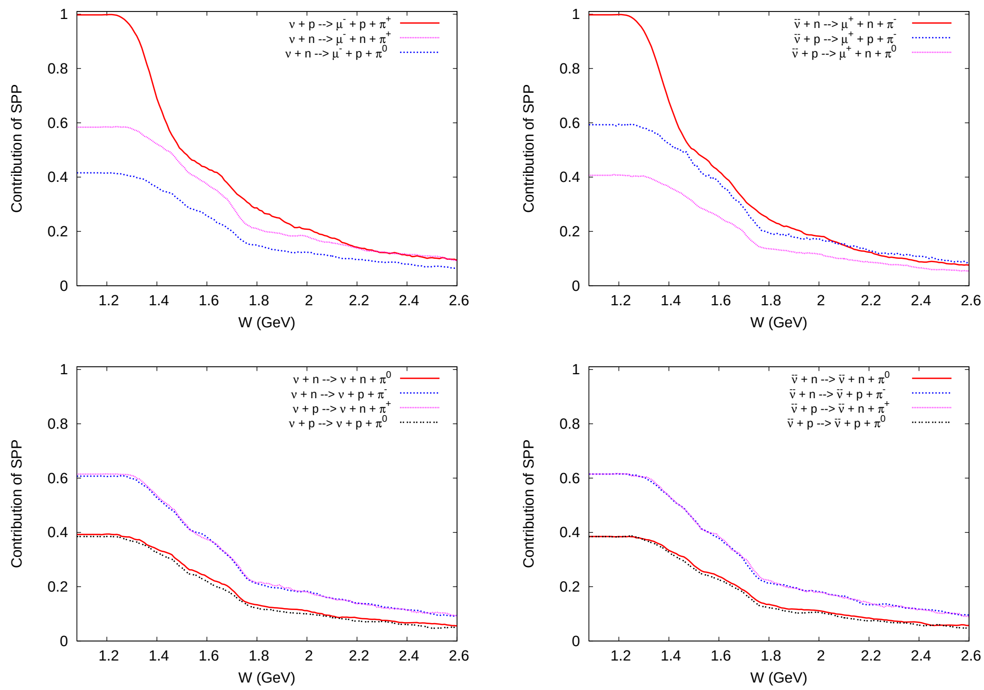
W modelu zastosowanym w generatorze definiujemy gładkie, liniowe przejście od wzbudzenia rezonansu Δ do formalizmu DIS w funkcji masy niezmienniczej $W \in (1.3, 1.6)$ GeV. Jako dodatkowy efekt w niektórych kanałach otrzymano rezonansowo-podobne zachowanie przekroju czynnego dla $W \sim 1.5$, które nieźle przybliża wkład od rezonansów D_{13}, S_{11} [LP05]. Tło nierezonansowe uwzględnione jest przez wkład od kanałów jednopionowych z formalizmu DIS. Generator jest tak skonstruowany, żeby odtwarzał następujące analityczne wyrażenie na przekrój czynny

$$\frac{d\sigma^{SPP}}{dW} = \frac{d\sigma^{\Delta}}{dW}(1 - \alpha(W)) + \frac{d\sigma^{DIS}}{dW} F^{SPP}(W)\alpha(W) \tag{4.13}$$

gdzie

$$\begin{aligned} \alpha(W) &= \Theta(W_{min} - W)\frac{W - W_{th}}{W_{min} - W_{th}}\alpha_0 \\ &+ \Theta(W_{max} - W)\Theta(W - W_{min})\frac{W - W_{min} + \alpha_0(W_{max} - W)}{W_{max} - W_{min}} \\ &+ \Theta(W - W_{max}) \end{aligned} \tag{4.14}$$

$W_{th} = M + m_\pi$, a sklejanie obszarów DIS i rezonansowego następuje pomiędzy W_{min} i W_{max}. Parametr α_0 wprowadza tło nierezonansowe w obszar dominacji rezonansu Δ, poniżej W_{min}. Warto zauważyć, że zbliżona do naszej wartość granicy dzielącej w masie



Rysunek 4.10: Funkcje jednopionowe dla procesów neutrin i antyneutrin przez prąd naładowany i prąd neutralny.

niezmienniczej wkłady rezonansowy i DIS-owy ($W_{cut}^{DIS} = W_{cut}^{RES} = 1.5 \pm 0.02$), znaleziono przez dopasowanie do istniejących danych doświadczalnych [KLN05]. Parametry α_0, W_{min} i W_{max} są niezależnie dofitowane dla każdego kanału SPP.

W implementacji algorytmu produkcji pojedynczych pionów istotną rolę odgrywają tzw. *funkcje 1-pionowe.*

Funkcja jednopionowa jest zdefiniowana jako prawdopodobieństwo, że w ramach formalizmu DIS stanem końcowym jest stan z pojedynczym pionem (SPP)

$$\frac{d\sigma^{DIS-SPP}/dW}{d\sigma^{DIS}/dW} = F^{SPP}(W). \tag{4.15}$$

Są one wyznaczone dla każdego kanału z osobna i zależą tylko od hadronowej masy niezmienniczej W. Funkcje jednopionowe zależą od metody fragmentacji i parametrów generatora. Na rys (4.10) przedstawiam je dla różnych kanałów produkcji pojedynczych pionów.

W generatorze wszystkie funkcje jednopionowe są obliczane w trakcie jego pracy. Ustawiając większą liczbę zdarzeń próbnych, poprawia się początkową postać funkcji, ale jej dokładność jest i tak poprawiana wraz z ilością produkowanych zdarzeń.

Na rysunkach 4.11 przedstawiłem przykład analizy wykonanej w celu wyboru parametrów przedziału sklejania. Pokazałem tylko najmniej problematyczny kanał $\nu p \to \mu p \pi^+$, dla którego w obszarze rezonansu Δ nie ma wkładu nieelastycznego. Oprócz analizy cał-

kanał:	$\nu p \to \mu^- p \pi^+$	$\nu n \to \mu^- n \pi^+$	$\nu n \to \mu^- p \pi^0$
α_0	0.0	0.2	0.3
kanał:	$\bar{\nu} n \to \mu^+ n \pi^-$	$\bar{\nu} p \to \mu^+ p \pi^-$	$\bar{\nu} p \to \mu^+ n \pi^0$
α_0	0.0	0.2	0.3

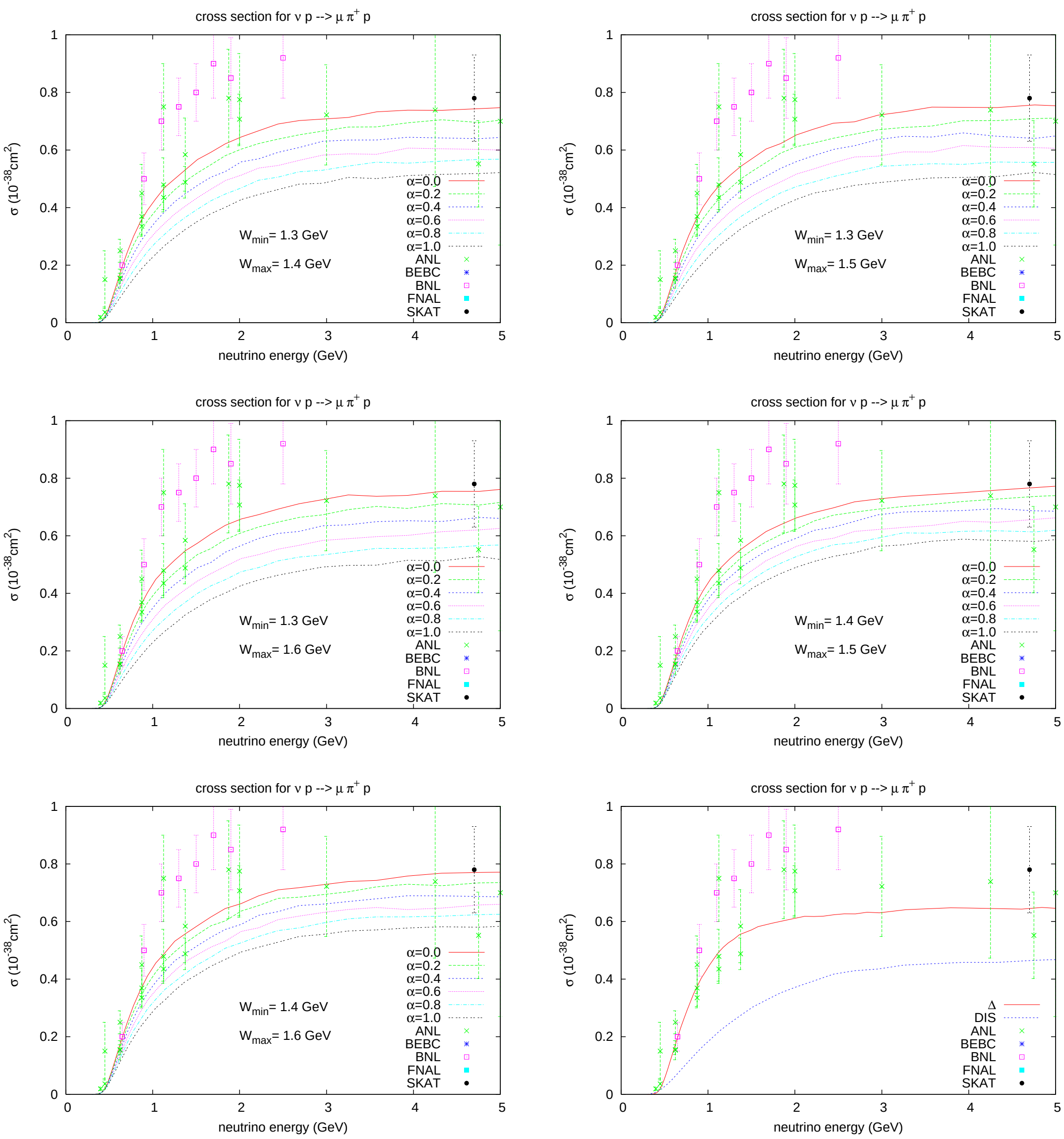
Tablica 4.2: Zestaw dopasowanych wartości parametru α_0 dla kanałów produkcji pojedynczych pionów przez prąd naładowany.

kowitych przekrojów czynnych, analizowane były także rozkłady w masie niezmienniczej dla wiązki BNL. Na tej podstawie, dla prostoty, wybrano takie same wartości parametrów mieszania dla wszystkich kanałów - $W_{min} = 1.3\ GeV$ i $W_{max} = 1.6\ GeV$. Wartość parametru α_0 dla każdego kanału ma różne wartości w przedziale $\alpha_0 \in (0, 0.4)$. Dla wszystkich kanałów SPP przez prąd neutralny $\alpha_0 = 0$.

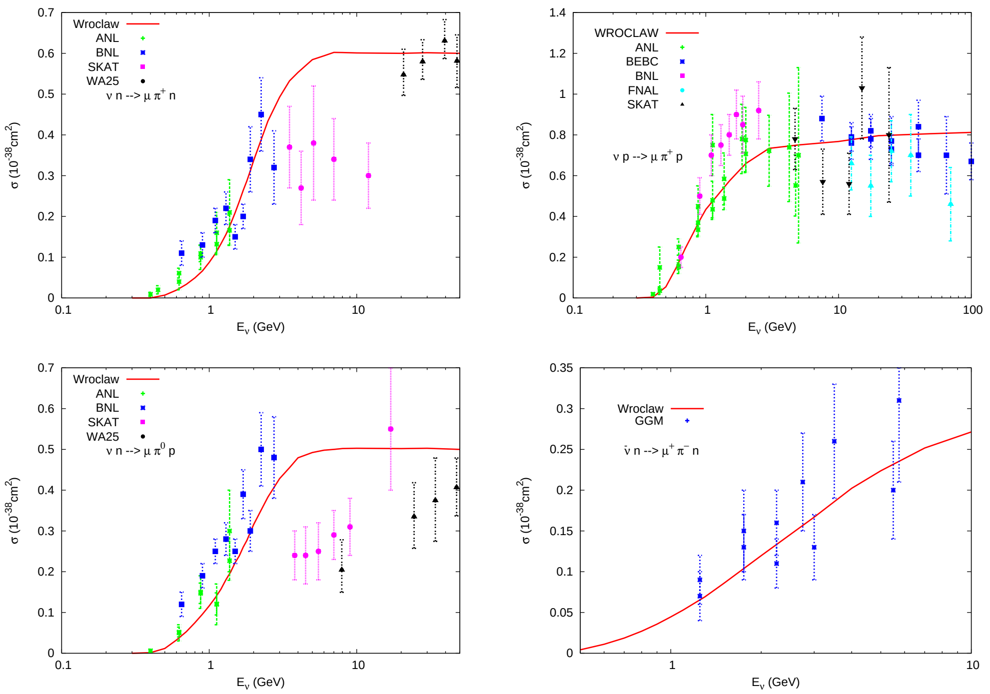
Przedyskutuję teraz ostateczne wyniki, obrazujące w jaki sposób generator produkuje zdarzenia z produkcją pojedynczych pionów.

Na rysunku 4.12 przedstawiłem przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów dla trzech kanałów oddziaływania neutrina i jednego dla rozpraszania antyneutrina. Do wykreślenia przekrojów czynnych, wziąłem tylko zdarzenia z masą niezmienniczą $W < 2\ GeV$, ponieważ na ogół takie ograniczenie jest nałożone na dane doświadczalne. Dla przekroju czynnego, otrzymanego z symulacji dla produkcji trzech kanałów przy rozpraszaniu neutrina widać charakterystyczne wysycenie, które wynika z cięcia na masę niezmienniczą. Zgodność z danymi jest dobra dla wszystkich czterech kanałów. Na rysunku 4.13 widać, że zgodność rozkładu zdarzeń po masie niezmienniczej z wynikami dla wiązki BNL jest bardzo dobra. Na rysunku 4.14 pokazałem, w ramach różniczkowego przekroju czynnego po masie niezmienniczej, wkłady od części rezonansowej i DIS-owej dla kanałów: $\nu n \to \mu n \pi^+$ i $\nu n \to \mu p \pi^0$. Widać, że wkład od części DIS-owej zaczyna się już na progu produkcji. Wkład ten ma interpretację tła nierezonansowego. Dla wartości $W > W_{max} = 1.6\ GeV$ stany jednopionowe są produkowane wyłącznie w ramach formalizmu DIS.

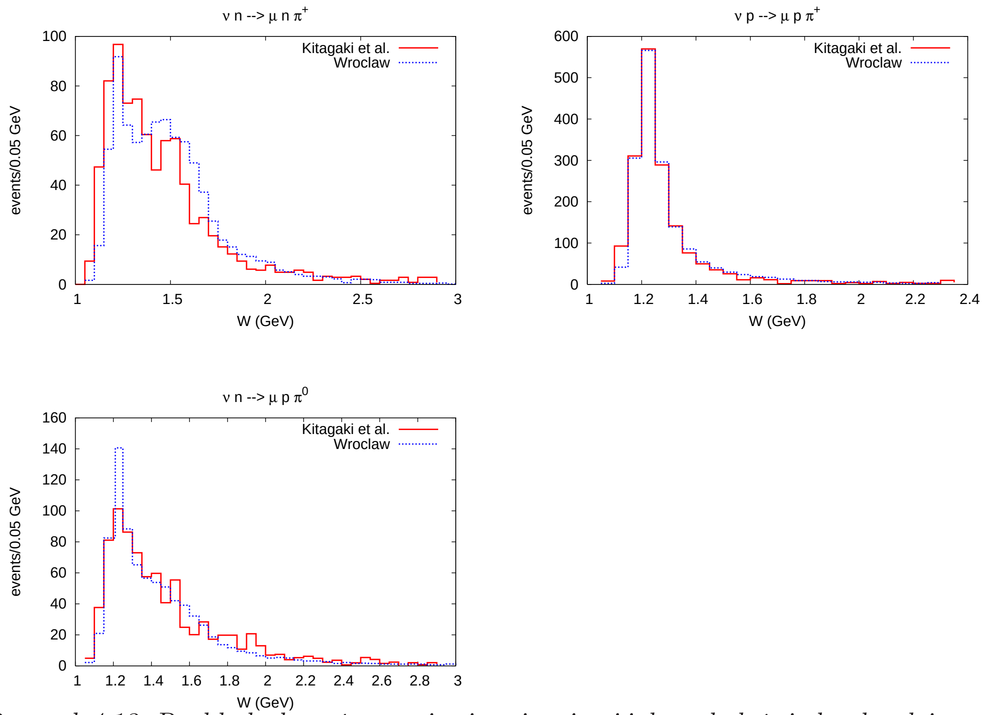
Na rysunku 4.15 przedstawiłem przekroje czynne dla kanałów produkcji pojedynczych pionów przez prąd neutralny. Ze względu na brak danych, trudno powiedzieć, czy wyniki symulacji dobrze opisują te procesy.



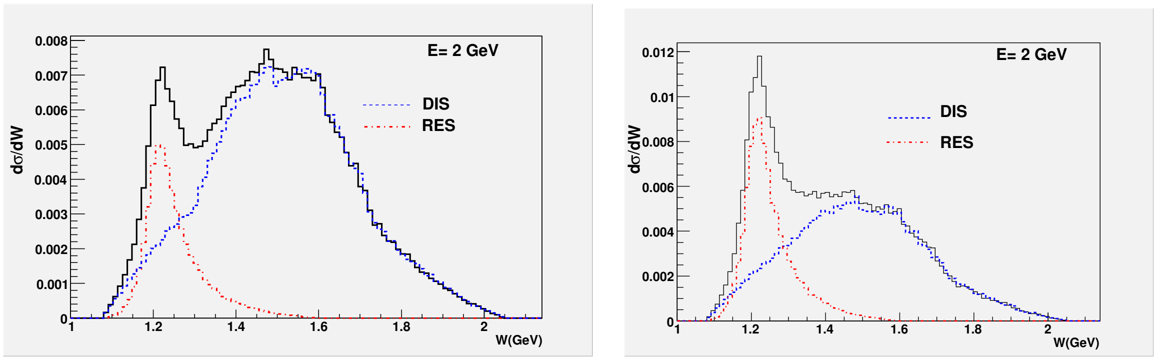
Rysunek 4.11: Wpływ parametrów W_{min}, W_{max} i α_0 na całkowity przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów. Przykład dla kanału $\nu\ p \rightarrow \mu\ \pi^+\ p$.



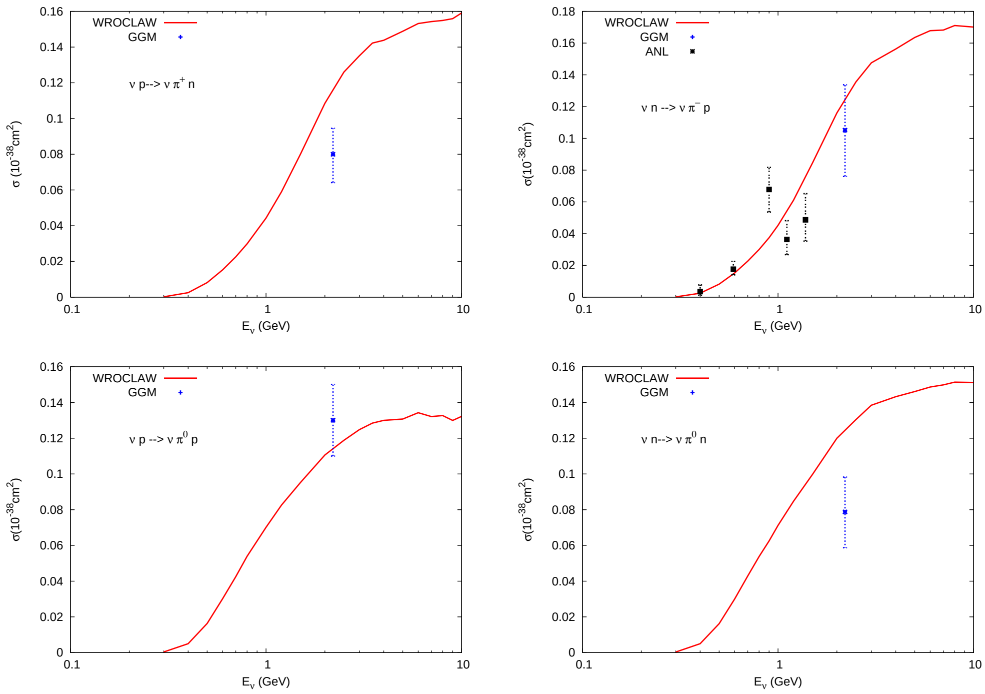
Rysunek 4.12: Wyniki symulacji produkcji pojedynczych pionów przez prąd naładowany dla czterech kanałów: trzech dla neutrin i jeden dla antyneutrin. W wynikach symulacji brałem tylko zdarzenia o $W < 2$ GeV. Podobne ograniczenia są nałożone na dane doświadczalne.



Rysunek 4.13: Rozkład zdarzeń w masie niezmienniczej i danych doświadczalnych i wynikach mojej symulacji dla wiązki BNL: $\langle E_\nu \rangle \sim 1$ GeV.



Rysunek 4.14: Rozkład zdarzeń w mojej symulacji w masie niezmienniczej dla kanałów produkcji pojedynczych pionów. Na rysunku z lewej strony kanał $\nu n \to \mu n \pi^+$, a z prawej $\nu n \to \mu p \pi^0$.

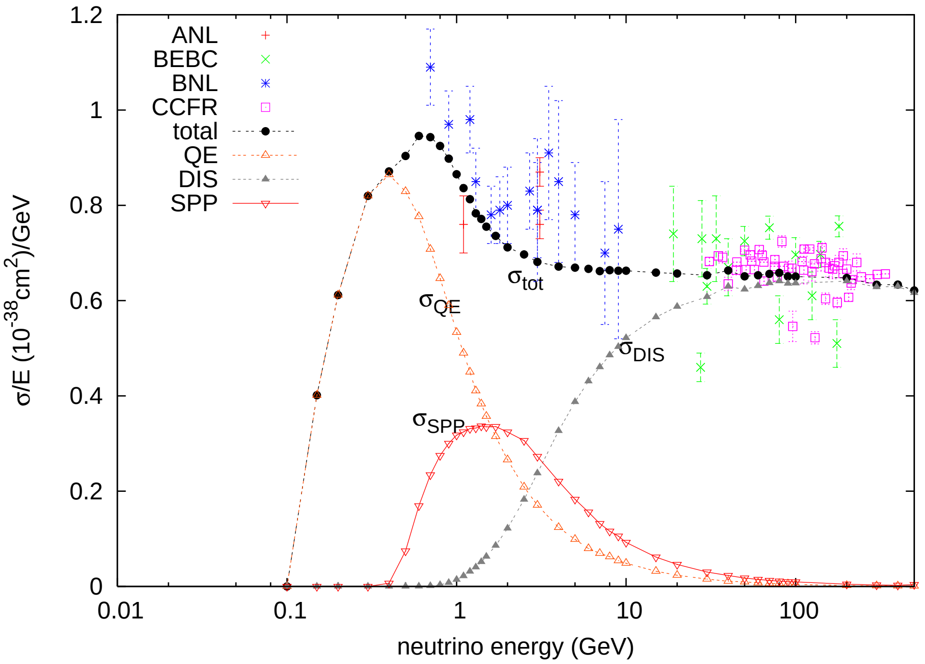


Rysunek 4.15: Przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów przez prąd neutralny.

4.4 Całkowity przekrój czynny

Inkluzywny przekrój czynny jest wielkością często mierzoną w doświadczeniu, ponieważ wymaga jedynie pomiaru końcowego leptonu.

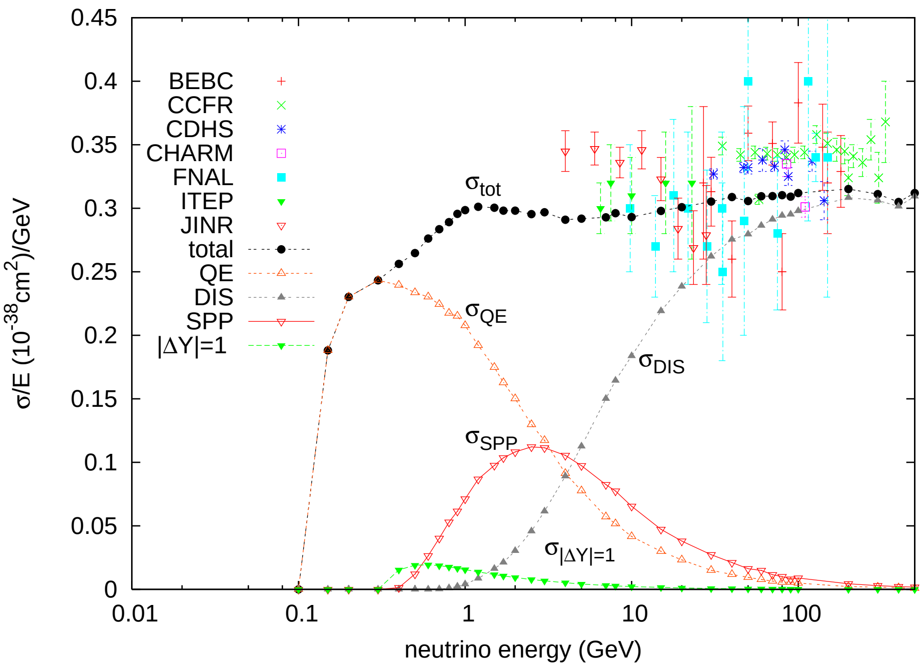
Na rysunku 4.16 przedstawiłem całkowity przekrój czynny na rozpraszanie neutrina na nukleonie przez prąd naładowany. Całkowity przekrój jest sumą wkładów od rozpraszania kwazielastycznego, kanałów jednopionowych ($W < 2\ GeV$) oraz kanałów nieelastycznych. Dla rozpraszania antyneutrin (rysunek 4.17) sytuacja jest podobna, poza tym że istnieje dodatkowy wkład od kwazielastycznej produkcji hiperonów.



Rysunek 4.16: Przekrój czynny na oddziaływanie neutrina mionowego na tarczy izoskalarnej. Całkowity przekrój jest podzielony na wkłady od rozpraszania kwazielastycznego, kanałów jednopionowych oraz procesów bardziej nieelastycznych.

Inne kanały

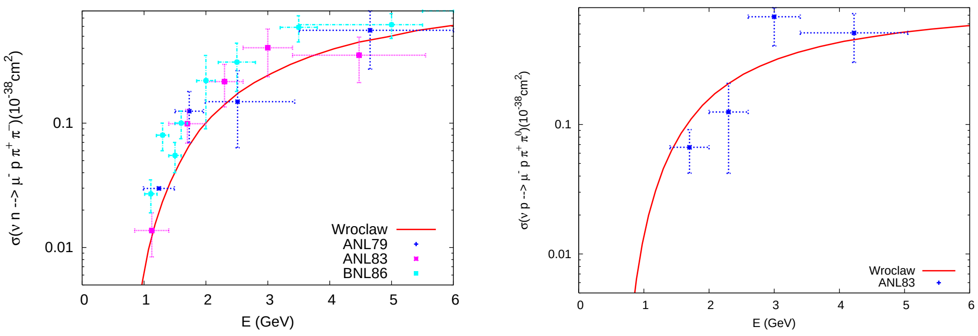
Poza produkcją pojedynczych pionów, która była potraktowana w specjalny sposób, istnieją dane dla innych kanałów. Na rysunkach 4.4 i 4.19 porównałem przekroje czynne dla trzech kanałów produkcji dwóch pionów i sumę trzech kanałów na produkcję trzech pionów. Wykresy przedstawiłem w podwójnie logarytmicznej skali, aby porównać wyniki



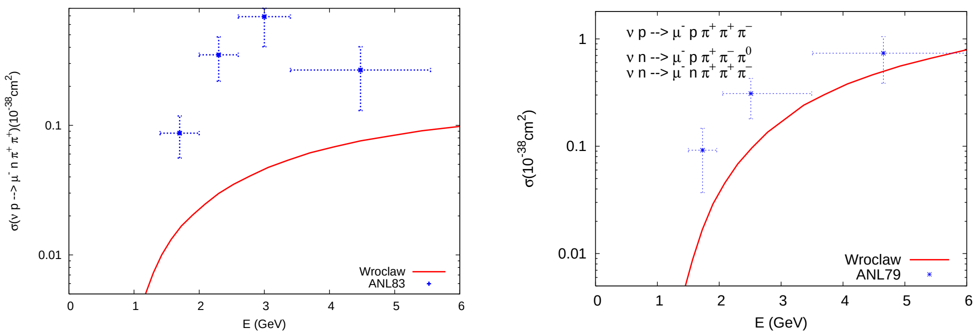
Rysunek 4.17: Przekrój czynny na oddziaływanie antyneutrino na tarczy izoskalarnej.

z podobną analizą dla generatorów NUANCE i NUGEN w [Z03]. Zgodność dla kanałów $\nu n \to \mu^- p \pi^+ \pi^-$ i $\nu p \to \mu^- p \pi^+ \pi^0$ jest dobra, ale dla trzeciego kanału $\nu p \to \mu^- p \pi^+ \pi^+$ rozbieżność między danymi i wynikami symulacji jest duża. Podobną niezgodność obserwuje się dla generatora Nuance [Z03]. W przypadku produkcji trzech pionów rozbieżność też istnieje, ale nie jest tak wielka i sytuacja poprawia się ze wzrostem energii.

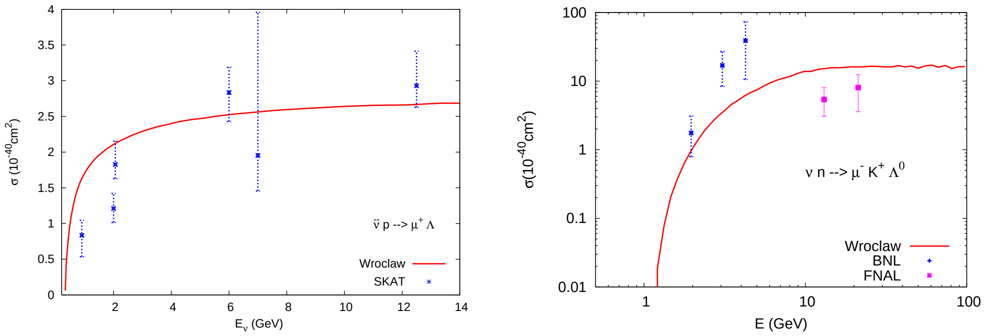
Na rysunkach 4.20 przedstawiłem wyniki symulacji dla kanałów z produkcją dziwnych cząstek: $\bar{\nu} \to \mu^+ \Lambda$ i $\nu n \to \mu^- K^+ \Lambda^0$. Dla kanału kwazielastycznego dla małych energii przekrój czynny w generatorze jest trochę za duży, ale dla wyższych energii ($E_\nu > 4\ GeV$)



Rysunek 4.18: Przekrój czynny na produkcje dwóch pionów w kanałach: $\nu n \to \mu^- p \pi^+ \pi^-$, $\nu p \to \mu^- p \pi^+ \pi^0$



Rysunek 4.19: Przekrój czynny na produkcje dwóch pionów w kanale $\nu p \to \mu^- p \pi^+ \pi^+$ i dla sumy trzech przekrojów na produkcję trzech pionów.



Rysunek 4.20: Przekrój czynny na kwazielastyczną produkcję hiperonu $\bar{\nu} \to \mu^+ \Lambda$ (lewy wykres) i dla kanału $\nu n \to \mu^- K^+ \Lambda^0$

zgodność z danymi jest dobra. Dla drugiego kanału z produkcją cząstek dziwnych przekrój czynny jest nieco za mały dla energii $E_\nu < 10\ GeV$, a powyżej tej energii przekrój jest zbyt duży.

4.5 Efekty jądrowe w rozpraszaniu kwazielastycznym

Podrozdział ten jest oparty na wynikach zawartych w pracy [JNS05].

W pełnym generatorze MC nie ma jeszcze zaimplementowanego modułu z efektami jądrowymi. Ma on zawierać ruch Fermiego, zakaz Pauliego, efekt EMC dla DIS-u oraz kaskadę wewnątrzjądrową dla cząstek powstałych w wyniku pierwotnego oddziaływania. Ideą przewodnią jest faktoryzacja (IA). Zakłada się, że oddziaływanie z jądrem przebiega w dwóch etapach: rozproszenie na pojedynczym nukleonie, a następnie semi-klasyczna propagacja produktów reakcji w jądrze.

W chwili obecnej efekty jądrowe mogą być uwzględnione tylko dla oddziaływania kwazielastycznego w ramach modelu zawierającego ruch Fermiego, zakaz Pauliego, przybliżenie lokalnej gęstości i efektywny potencjał. Model ten jest opisany w rozdziale 3.

Głównym celem jest jednoczesne uwzględnienie efektów lokalnej gęstości i efektywnego potencjału i dlatego potrzebna jest analityczną postać potencjału (patrz równanie 3.23). Główną analizowaną obserwablą jest spektrum pędów wybitych nukleonów. Symulacje były wykonane dla trzech jąder: tlenu, argonu i żelaza, jako że są to tarcze detektorów ważnych w doświadczeniach neutrinowych.

Generator Monte Carlo symuluje kwazielastyczne oddziaływanie neutrin z podstawową dynamiką opisaną w rozdziale 2.2.

Zdarzenia otrzymywano w następujący sposób:

- Energia neutrina E_ν jest ustalona lub wylosowana według potrzebnego profilu wiązki.
- Pęd Fermiego jest wielkością stałą lub losowany zgodnie z profilem gęstości materii jądrowej.
- Pęd nukleonu jest wybierany losowo z kuli Fermiego.
- Wartość pędu wyjściowego nukleonu jest obliczana przy pomocy bisekcji z warunkiem spełniania zasady zachowania energii i pędu.
- Zdarzenie zachodzi tylko wtedy, gdy pęd końcowego nukleonu jest mniejszy od pędu Fermiego (zakaz Pauliego).
- Wyjście nukleonu z jądra jest symulowane przez zmniejszenie wartości jego pędu z wartości p_N (wewnątrz jądra) do wartości p' (na zewnątrz jądra) otrzymanej z warunku zachowania energii

  $$V(p_N) + E_k(p_N) = E_k(p'). \tag{4.16}$$

  Kiedy powyższe równanie nie ma rozwiązania, nukleon nie może opuścić jądra i zdarzenie interpretujemy jako wzbudzone jądro w stanie końcowym.
- Zdarzenie ma przypisaną wagę - wartość przekroju czynnego.

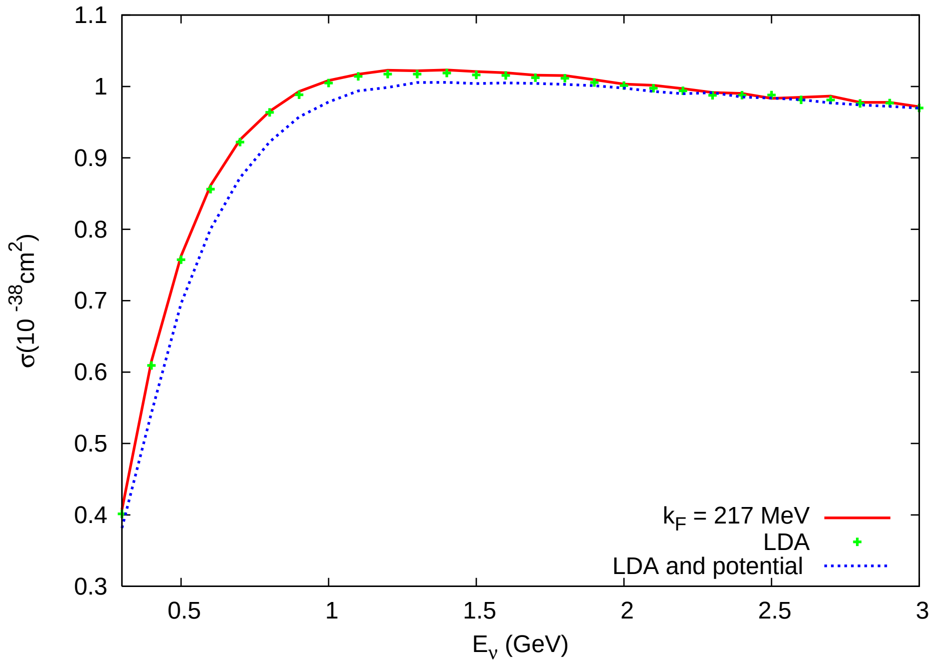
W numerycznych obliczeniach porównaliśmy trzy przypadki:

(a) gaz Fermiego z globalnym $k_F = \left\langle k_F^{nucleus} \right\rangle$,

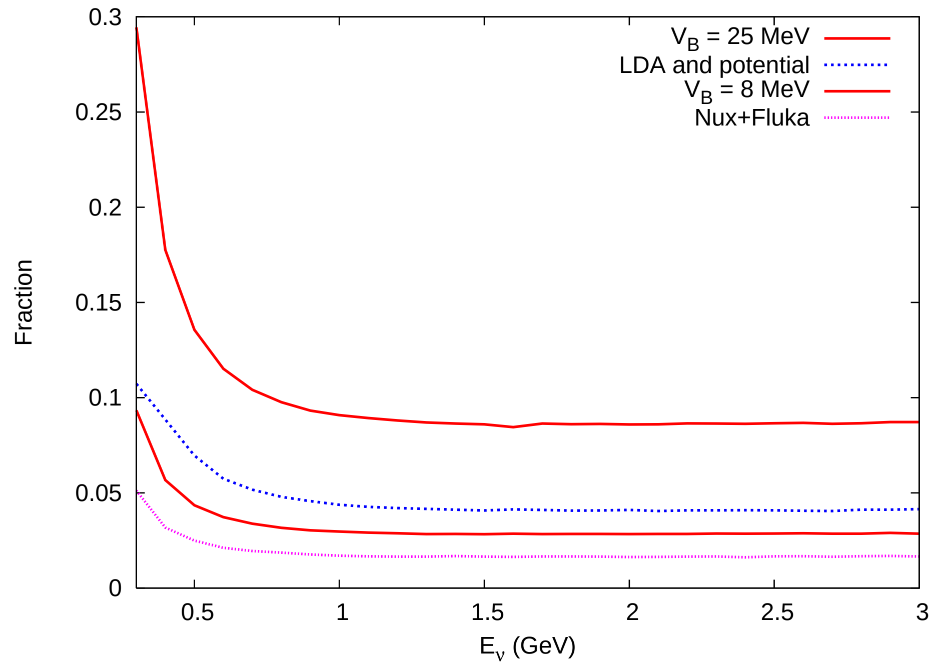
(b) gaz Fermiego w przybliżeniu lokalnej gęstości (LDA),

(c) gaz Fermiego w przybliżeniu lokalnej gęstości z efektywnym potencjałem zależnym od pędu (3.23).

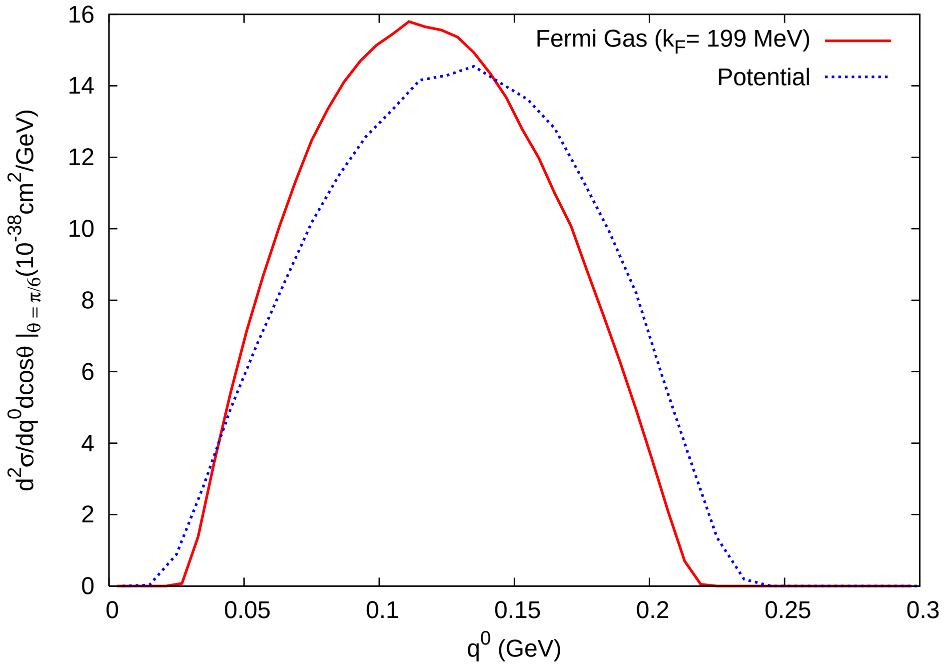
Całkowity przekrój czynny dla kwazielastycznego rozpraszania neutrin dla wszystkich trzech przypadków jest pokazany na rysunku 4.21. Zmiany wprowadzony przez LDA są



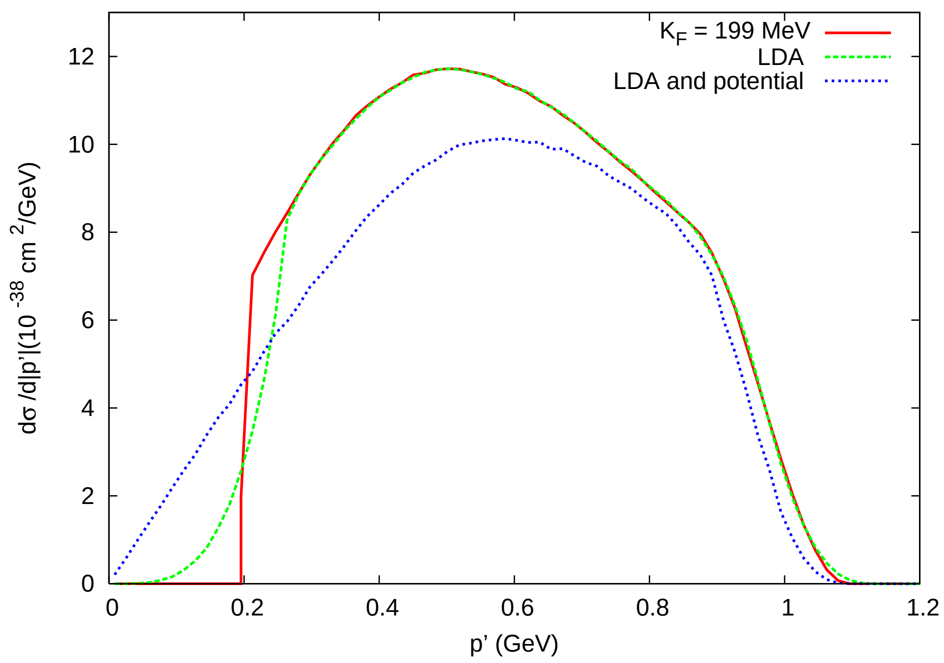
Rysunek 4.21: Całkowity przekrój czynny (w przeliczeniu na nukleon) w kwazielastycznym rozpraszaniu na jądrze żelaza.



Rysunek 4.22: Część całkowitego przekroju czynnego odpowiadająca zdarzeniom w których proton pozostaje związany we wzbudzonym jądrze.



Rysunek 4.23: Różniczkowy przekrój czynny na kwazielastyczne rozpraszanie neutrina na jądrze tlenu przy ustalonym kącie rozproszenia mionu $\theta_\mu = 30^o$ dla $E_\nu = 1\ GeV$



Rysunek 4.24: Rozkład pędów wybitego nukleonu dla kwazielastycznego rozpraszania neutrina na jądrze tlenu dla $E_\nu = 700\ MeV$.

niewielkie, a dodanie efektywnego potencjału zmniejsza całkowity przekrój czynny o kilka procent.

Wybity nukleon może nie mieć wystarczającej energii aby opuścić jądro. W takim przypadku stan końcowy składa się ze wzbudzonego jądra i nie ma wybitego nukleonu. Tak się dzieje zawsze gdy

$$V(p_N) + E_k(p_N) \leq M. \tag{4.17}$$

Prawdopodobieństwo takiego procesu jest pokazane na rysunku 4.22. Dla porównania pokazaliśmy prawdopodobieństwo analogicznych zdarzeń w generatorze Nux+Fluka [BFR02]. Zauważyliśmy, że kształt prawdopodobieństwa zdarzeń ze wzbudzonym jądrem w stanie końcowym w obu przypadkach jest identyczne. Prawdopodobieństwo takich zdarzeń w stanie końcowym maleje z energią neutrina w obu generatorach i staje się płaskie przy energii większej niż około 1 GeV. Jednak prawdopodobieństwo przewidziane przez nasz generator jest około 3 razy większe niż prawdopodobieństwo otrzymane z Nux+Fluka (patrz rysunek 4.22).

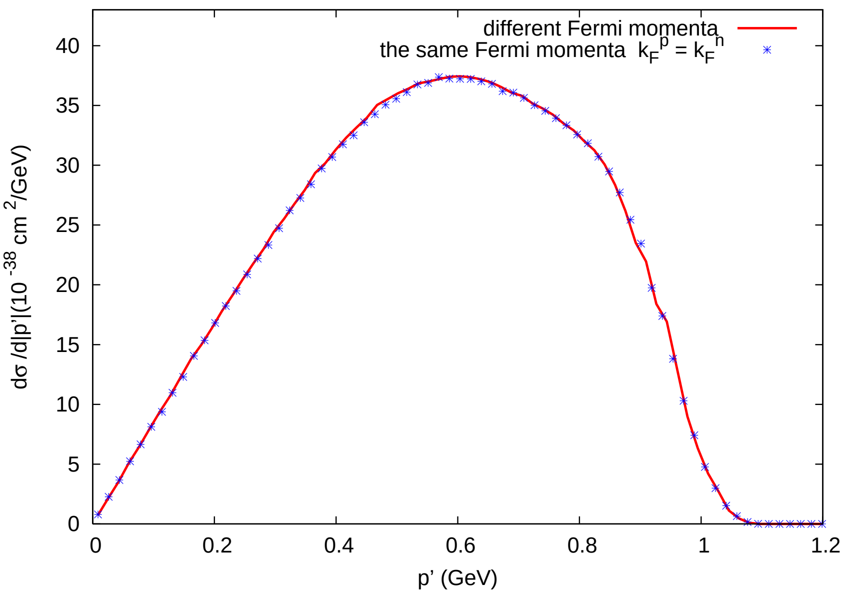
Próbowaliśmy wyjaśnić tę rozbieżność przez rozważenie prostego modelu, w którym wybite nukleony muszą pokonać barierę potencjału

$$E_F + V_B, \tag{4.18}$$

gdzie E_F jest energią Fermiego, a V_B jest stałą energią wiązania [BFR02]. Przeprowadzając symulacje dla kilku wartości V_B, pokazano, że kształty krzywych z rysunku 4.22 są podobne do tych otrzymanych w bardziej wyrafinowanych modelach, a także jest możliwe odtworzenie wyników symulacji generatora Nux+Fluka i naszego generatora MC przez odpowiednio wybrane wartości V_B. Wynik generatora Nux+Fluka, który bierze pod uwagę wiele efektów jądrowych jest odtwarzany przez założenie wartości efektywnej $\langle V_B \rangle_{eff} \sim 5\ MeV$ podczas gdy podejście zaprezentowane w naszej pracy prowadzi do wartości $\langle V_B \rangle_{eff} \sim 12\ MeV$. Na rysunku 4.22 pokazano krzywe otrzymane z prostego modelu dla $V_B = 8\ MeV$ i $V_B = 25\ MeV$ obok krzywych otrzymanych z dwóch dyskutowanych generatorów.

Weryfikowaliśmy konsystencję naszej procedury obliczeń przez porównanie wyników z tym otrzymanymi przez Seki i Nakamura [NS02]. W porównaniu nie wzięliśmy pod uwagę efektów LDA, ponieważ nie są one uwzględnione w tych analizach. Na rysunku 4.23 przedstawiono wykresy różniczkowego przekroju czynnego, jako funkcję przekazu energii dla ustalonej wartości kąta rozproszenia mionu $\theta_\mu = 30^o$. Porównano przewidywania modelu gazu Fermiego z $k_F = 199\ MeV$ w podejściu bazującym na efektywnym potencjale. Zauważamy, że potencjał wywołuje modyfikacje, które są bardzo podobne do tych na rysunku 3 pracy z [NS02].

Przewidziane rozkłady pędów wybitych nukleonów są pokazane na rysunku 4.24. Wykresy są unormowane jako różniczkowy przekrój czynny $d\sigma/dp'$, a energia neutrina wynosi



Rysunek 4.25: Zależność rozkładu pędów wybitych nukleonów przy założeniu różnych wartości pędów Fermiego dla protonów i neutronów w kwazielastycznym rozpraszaniu neutrina na jądrze atomu żelaza w porównaniu z takimi samymi pędami Fermiego dla $E_\nu = 700\ MeV$.

700 MeV. Zmiany wprowadzone przez LDA i potencjał efektywny są bardzo podobne dla wszystkich trzech analizowanych tarcz, więc podano tylko wykres dla tlenu.

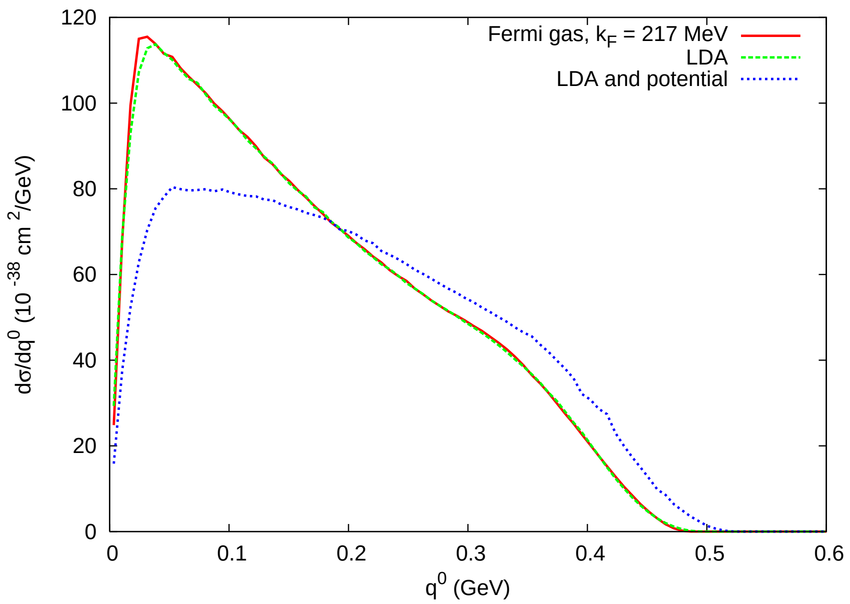
W przypadku stałego pędu Fermiego (a) mamy oczywiście ostry próg dla $p' = k_F$.

W przypadku LDA (b) rozkłady stają się gładkie i różnią się w obszarze pędów nukleonów poniżej $\sim 300\ MeV$, a dla większych wartości pędów nukleonów LDA nie wprowadza znaczącej różnicy.

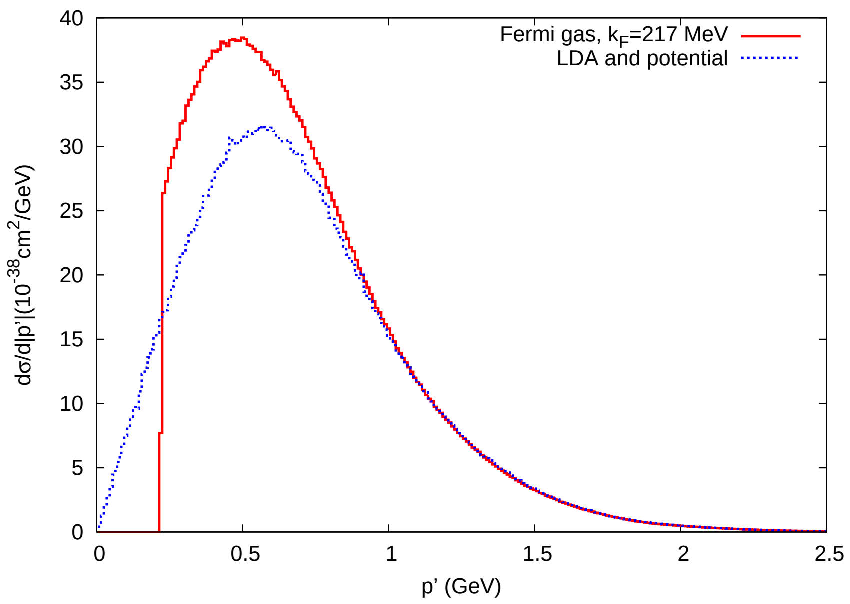
W przypadku LDA z efektywnym potencjałem (c) prawdopodobieństwo małych pędów końcowych nukleonów jest znaczące. Wartości bliskie zera są także osiągalne. Różniczkowy przekrój czynny rośnie prawie liniowo dla pędów nukleonów mniejszymi niż 450 MeV, potem powoli się zagina osiągając maksimum dla około 600 MeV. Dla pędów powyżej 800 MeV wykres jest jedynie trochę zmieniony w porównaniu z przypadkami (a) i (b).

Rysunek 4.25 ilustruje znaczenie wprowadzenia oddzielnych wartości pędu Fermiego dla protonów i neutronów. Pęd Fermiego dla neutronów jest nieco większy, a ponieważ oddziaływanie neutrino zachodzi na neutronach jasnym jest, że przekrój czynny powinien odrobinę wzrosnąć. Jednak ten efekt jest bardzo mały i różnica na wykresach jest ledwo zauważalna.

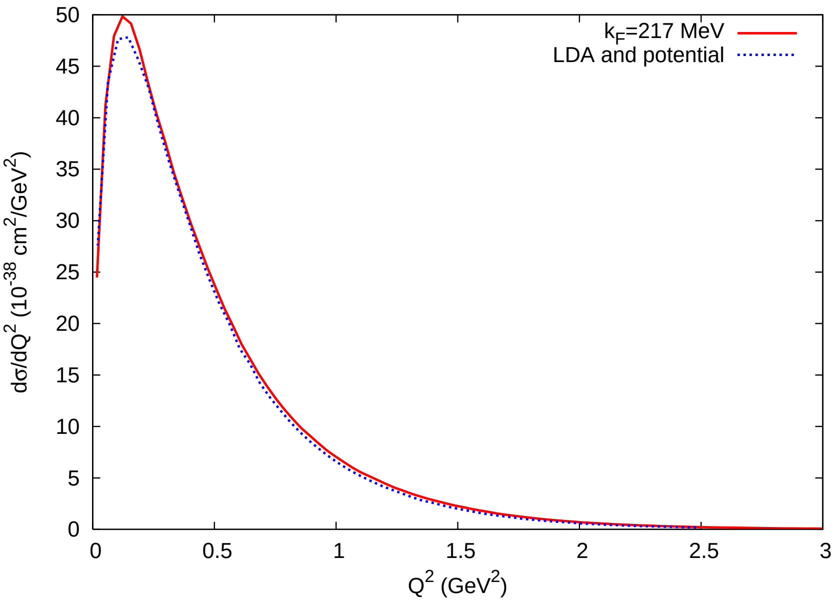
Na rysunku 4.26 pokazano w jaki sposób LDA i efektywny potencjał wpływają na rozkład przekazu energii dla jądra atomu żelaza (wykresy dla tlenu i argonu są bardzo podobne). Pojawia się tylko mała różnica w maksimum między wykresami różniczkowych



Rysunek 4.26: Różniczkowy przekrój czynny po przekazie energii dla kwazielastycznego rozpraszania neutrina na jądrze atomu żelaza dla $E_\nu = 700\ MeV$.



Rysunek 4.27: Rozkład pędów wybitych protonów w kwazielastycznym rozpraszaniu neutrin na jądrach atomu żelaza dla spektrum energii neutrin identycznym z przewidywanym w bliskim detektorze K2K.



Rysunek 4.28: Różniczkowy przekrój czynny $d\sigma/dQ^2$ kwazielastycznym rozpraszaniu neutrin na jądrach atomu żelaza dla spektrum energii neutrin identycznym z przewidywanym w bliskim detektorze K2K.

przekrojów czynnych dla przypadków (a) i (b), wykres dla LDA jest odrobinę obniżony. W przypadku (c) obserwujemy znaczącą zmianę w kształcie. Dla przypadku z potencjałem dodatkowo obszar kinematyczny jest powiększony.

Na rysunku 4.27 przedstawiono rozkład pędów wybitych protonów, otrzymany dla wiązki neutrin z profilem energii identycznym do przewidzianego dla bliskiego detektora K2K. LDA i potencjał efektywny usuwa ostry próg i daje gładki wykres dla niskich wartościach pędu. Liczba nukleonów z pędami pomiędzy k_F a 700 MeV jest znacząco zredukowana, a pędy mniejsze od pędu Fermiego k_F są dostępne. W przypadku efektywnego potencjału prawdopodobieństwo, że w stanie końcowym zamiast swobodnego nukleonu pozostanie wzbudzone jądro wynosi około 4% i o taką wartość pole pod krzywą jest mniejsze od przypadku stałego pędu Fermiego. Dla wiązki K2K na rysunku 4.28 wykreślono różniczkowy przekrój czynny dla przekazu czteropędu. Wprowadzenie potencjału efektywnego nie zmienia rozkładu - poza małą redukcją przekroju dla maksimum.

Wyniki, jakie otrzymano dla rozkładu pędów wybitych nukleonów, mogą być użyteczne w analizie danych z bliskiego detektora w doświadczeniu K2K, gdzie detektor Sci-Fi rejestruje ścieżki wybitych protonów. Procedura rekonstrukcji wymaga, aby cząstka przeszła przez co najmniej 3 płaszczyzny scyntylatora, co oznacza, w praktyce, że protony o pędzie poniżej 500 MeV nie są zliczane. Zatem przy analizie danych ważne jest, aby generator MC poprawnie odtwarzał wysokopędową część rozkładu pędów końcowych protonów.

Małe energie neutrino[1]

W przyszłych planowanych doświadczeniach z wiązkami beta i w fabrykach neutrin bardzo istotna jest kontrola wpływu efektów jądrowych na przekroje. Ważną obserwablą jest w tym przypadku stosunek przekrojów czynnych rozpraszania neutrin mionowych do rozpraszania neutrin elektronowych:

$$R = \frac{\sigma(\nu_\mu)}{\sigma(\nu_e)} \quad \bar{R} = \frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu)}{\sigma(\bar{\nu}_e)}, \tag{4.19}$$

jak również podwójny stosunek przekrojów czynnych

$$D = \frac{R}{\bar{R}}. \tag{4.20}$$

Dokładne obliczenie efektów jądrowych dla neutrin o energiach rzędu 500 MeV jest trudne, ponieważ założenie leżące u podstaw IA załamuje się. Ważne jest by wiedzieć jak dużych efektów można tutaj oczekiwać, czyli jak dokładnie można obliczyć teoretycznie R, $\bar{R}$, D.

Wpływ efektów jądrowych na te obserwable można zakodować w następujących wielkościach

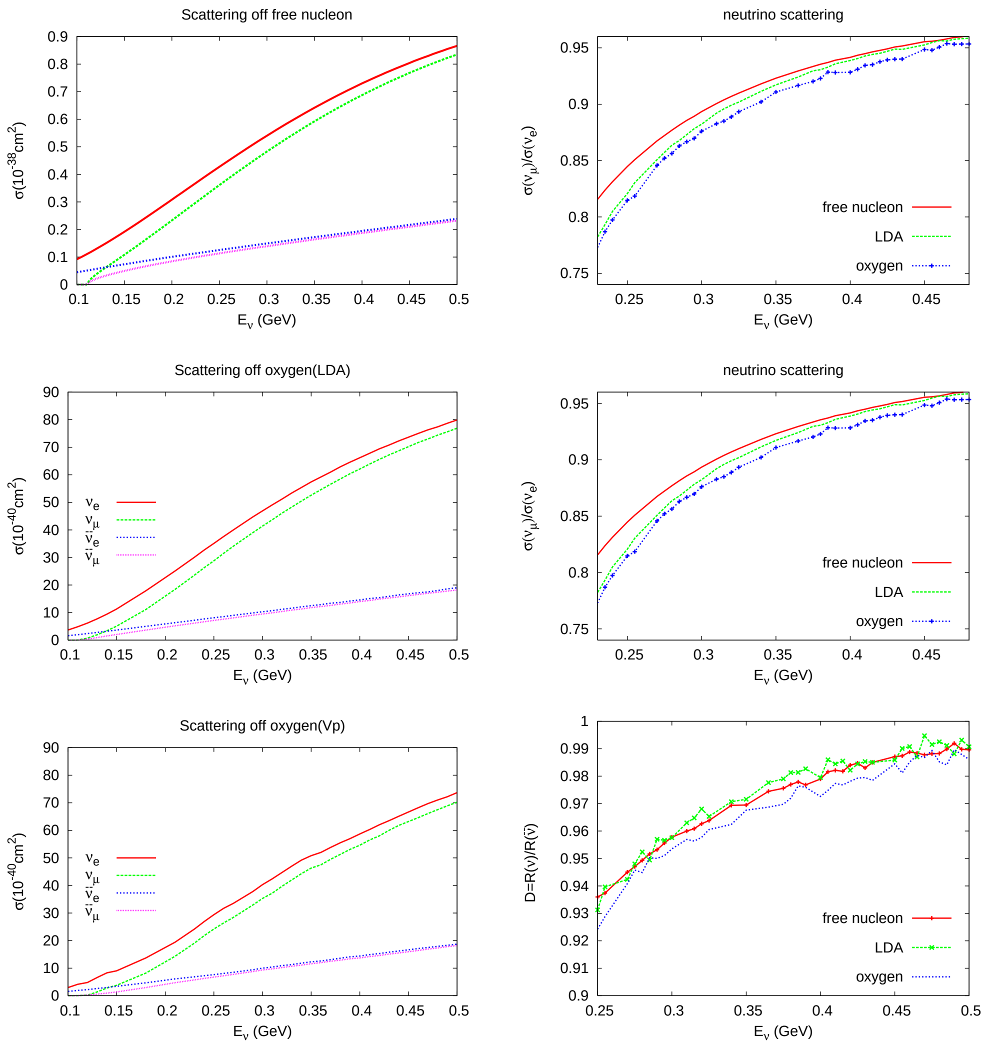
$$\Delta(R) = \frac{R^{nuclear} - R^{free}}{0.5\left(R^{nuclear} + R^{free}\right)} \tag{4.21}$$

$$\Delta(\bar{R}) = \frac{\bar{R}^{nuclear} - \bar{R}^{free}}{0.5\left(\bar{R}^{nuclear} + \bar{R}^{free}\right)} \tag{4.22}$$

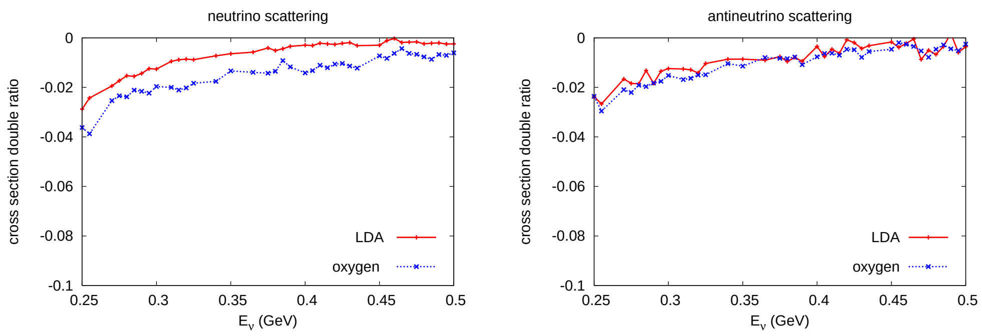
$$\Delta(D) = \frac{D^{nuclear} - D^{free}}{0.5\left(D^{nuclear} + D^{free}\right)} \tag{4.23}$$

Na rysunku 4.29 zestawiłem ze sobą cztery typy przekrojów czynnych na swobodnych tarczach i z efektami jądrowymi. Na rysunku 4.29 przedstawiłem też wykresy funkcji R, $\bar{R}$ i D. Zastosowany tutaj opis efektów jądrowych dla energii poniżej $E_\nu = 250$ MeV jest z pewnością niewystarczający, dlatego stosunki przekrojów czynnych są wykreślone tylko dla wyższych energii. Na rysunku 4.30 przedstawiłem wielkość służącą do określenia wpływu efektów jądrowych 4.21 i 4.22, a na rysunku 4.31 wpływ efektów jądrowych na podwójny stosunek przekroju czynnego. Prezentowane wyniki są optymistyczne: okazuje się, że wpływ efektów jądrowych zawartych w moim modelu na obserwable R, $\bar{R}$ oraz D jest przy energiach neutrin $300 - 500 MeV$ bardzo mały, rzędu 1%.

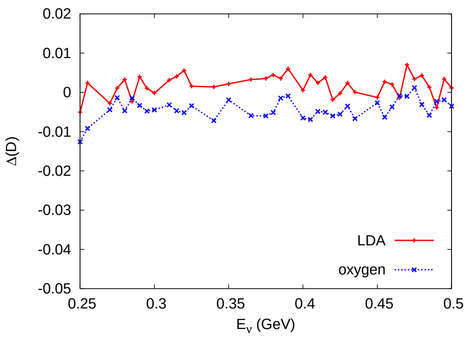
[1]Przedstawione wyniki były prezentowane przez prof. J. Sobczyka na konferencji ISS3, 24 - 28 April 2006 - RAL, UK



Rysunek 4.29: Rysunki w kolumnie po lewej stronie przedstawiają przekroje czynne dla neutrin i antyneutrin elektronowych i mionowych. Na rysunkach z prawej stony przedstawiłem stosunki przekrojów czynnych neutrin (antyneutrin) mionowych do neutrin (antyneutrin) elektronowych, od góry do dołu przedstawiłem wielkości R, $\bar{R}$ i D. Wprowadziłem stopniowo efekty jądrowe jądro tlenu opisane lokalną gęstością materii i ostatecznie jądro tlenu opisane modelem LDA z efektywnym potencjałem.



Rysunek 4.30: Wpływ efektów jądrowych opisany przez podwójny stosunek przekrojów czynnych $\Delta(R)$ *i* $\Delta(\bar{R})$.



Rysunek 4.31: Wpływ efektów jądrowych na wielkość D.

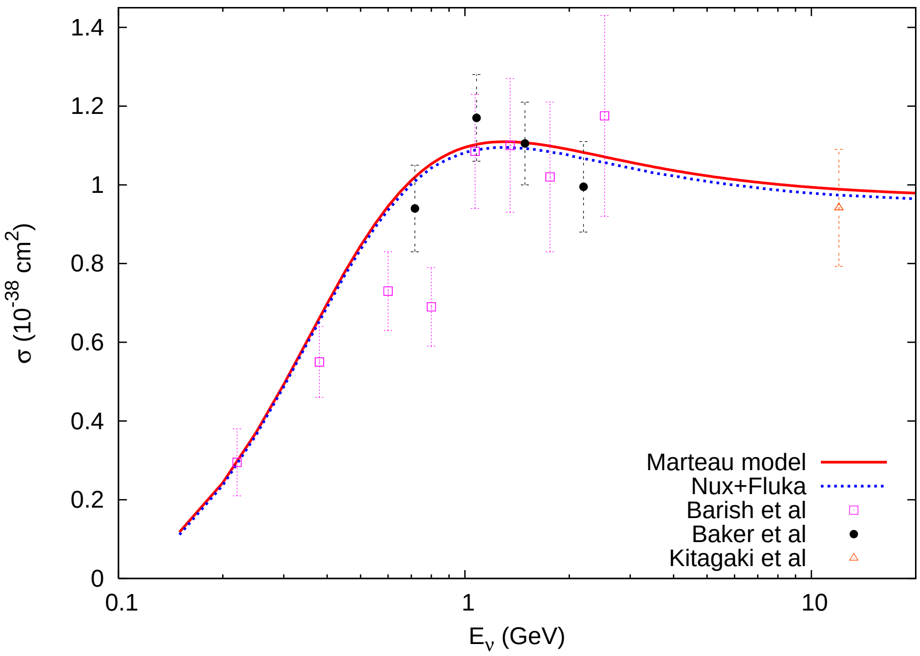
4.6 Generator NUX

NUX jest oficjalnym generatorem Monte Carlo doświadczenia ICARUS. Oryginalnie był on przeznaczony do wysokoenergetycznego doświadczenia NOMAD.

Pierwotnym celem mojej pracy było jego ulepszenie. W tym celu na początku przeprowadziłem badania porównawcze jego przewidywań modelu Marteau oddziaływań kwazielastycznych i wzbudzenia rezonansu Δ [NJS05].

Przy analizie i porównaniach generatora NUX i modelu Marteau ograniczyłem się do reakcje neutrin mionowych przez prąd naładowany. Symulacje generatora Monte Carlo wykonano używając nakładki PRET. Do wykreślenia całkowitego przekroju czynnego wyprodukowano próbkę 10^5 zdarzeń dla każdej energii neutrina. Zdarzenia były klasyfikowane na podstawie charakterystyki wierzchołka pierwotnego i/lub liczby pionów w stanie końcowym. Całkowity czynnik normalizacyjny dla przekroju czynnego był wzięty z pliku wyjściowego PRET-a, pre1.out.

Różniczkowy przekrój czynny, tj. rozkład hadronowej masy niezmienniczej w kanale $\nu p \to \mu^- p \pi^+$, otrzymano z próbki 10^6 nieelastycznych zdarzeń dla energii neutrina 1 GeV.



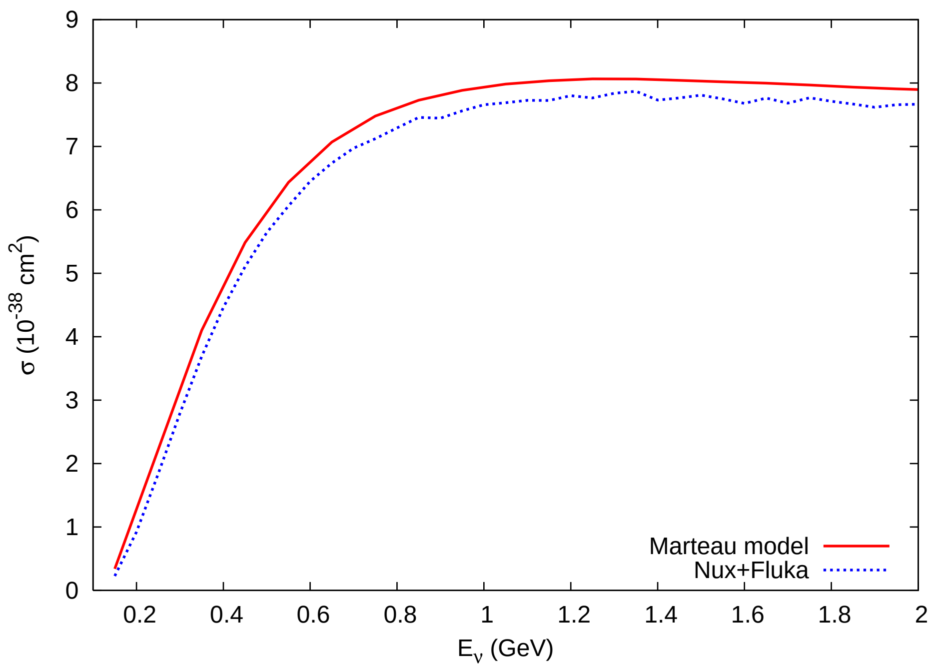
Rysunek 4.32: Całkowity przekrój czynny dla kwazielastycznego rozpraszania ν_μ przez prąd naładowany na swobodnym nukleonie. Dane doświadczalne z [B77, B81].

Wszystkie numeryczne przewidywania modelu Marteau są oparte na [S04].

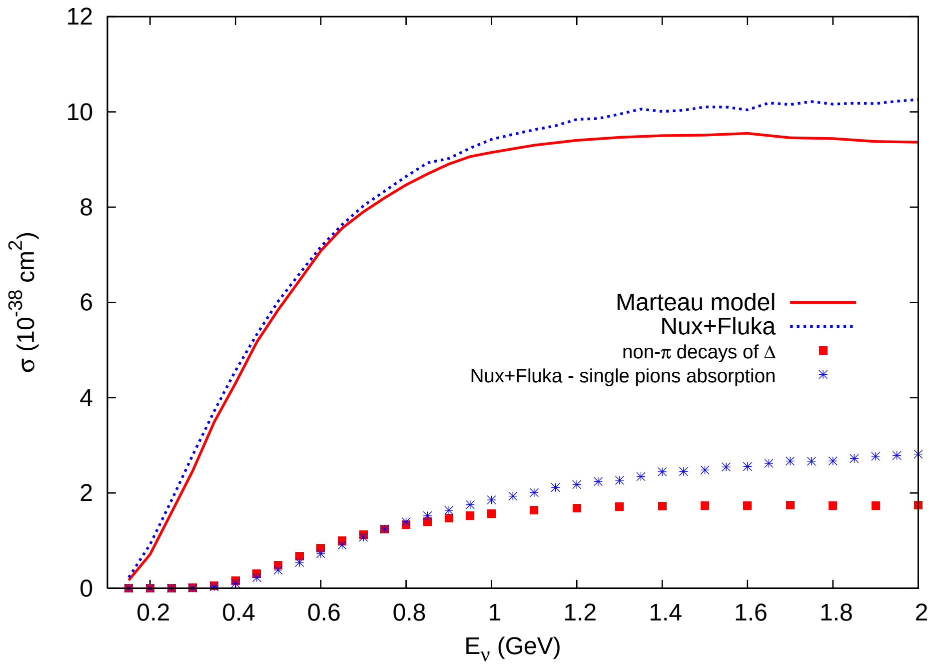
Głównym celem analizy było w jaki sposób uwzględnia się efekty wykraczające poza model gazu Fermiego. Jednym sposobem jest opis numeryczny np. przez FLUKĘ. Alternatywą jest wykonanie zaawansowanych obliczeń teoretycznych np. RPA.

Całkowite przekroje czynne dla rozpraszania kwazielastycznego, przez prąd naładowany na swobodnym nukleonie, są porównane na rysunku 4.32. Widać dobrą zgodność między dwoma modelami. Mała różnica może być przypisana różnym wartościom parametrów (np. masy aksjalnej) lub przyjętym w modelu Marteau przybliżeniu, gdzie w tensorze hadronowym pominięte są człony rzędu $\frac{|\vec{p}|}{M}$ ($\vec{p}$ jest pędem nukleonu tarczy). W szczegółowym porównaniu przewidywań kilku kodów MC, przedstawionym przez G. Zeller [Z02], rozbieżności są nawet większe.

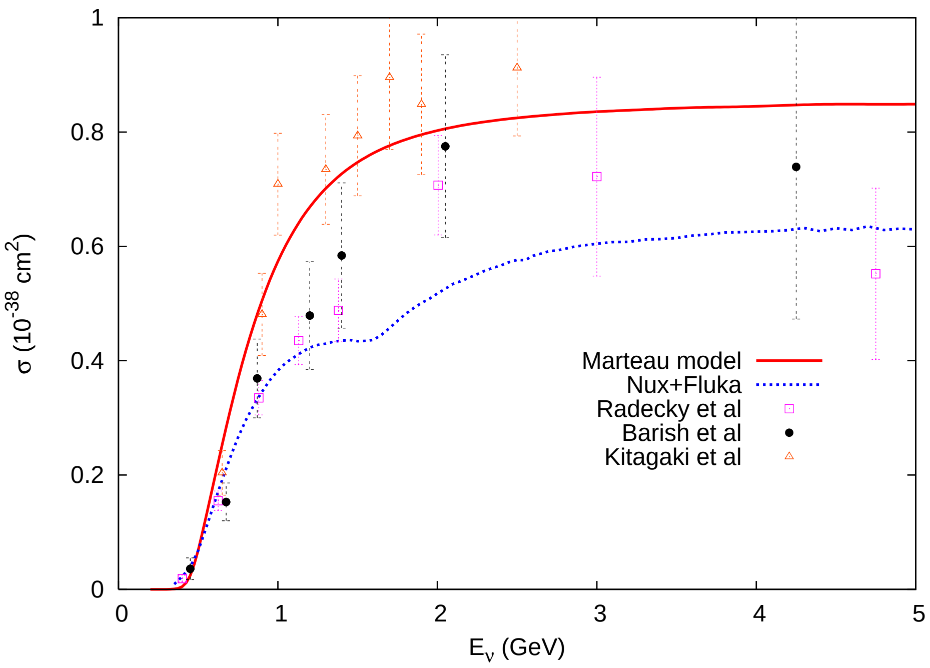
Przekrój czynny, dla rozpraszania kwazielastycznego na jądrach tlenu, jest pokazany na rysunku 4.33. Zdarzenia z Nux+Fluka są klasyfikowane na podstawie cząstek opuszczających wierzchołek pierwotny. Wyniki symulacji porównano z przekrojem czynnym w modelu Marteau ale obliczonym bez poprawek RPA. Zatem na rysunku 4.33 porównano w istocie dwa modele swobodnego gazu Fermiego. Rozbieżności między dwoma wykresami na rysunku 4.33 mogą wynikać z dwóch powodów. Po pierwsze wynikają one z różnicy widocznej już dla swobodnych nukleonów na rysunku 4.32. Po drugie moga być wywołane różnicą w rozkładach pędów nukleonów tarczy założonych w obu modelach. W



Rysunek 4.33: Całkowity przekrój czynny dla kwazielastycznego rozpraszania ν_μ przez prąd naładowany na ^{16}O bez reinterakcji w jądrze.



Rysunek 4.34: Całkowity przekrój czynny dla kwazielastycznego rozpraszania ν_μ przez prąd naładowany na ^{16}O (brak pionów w stanie końcowym). Wkład od absorpcji pionów (Nux+Fluka) i bez pionowy rozpad rezonansu Δ (Marteau model) są pokazane osobno kropkowanymi liniami.



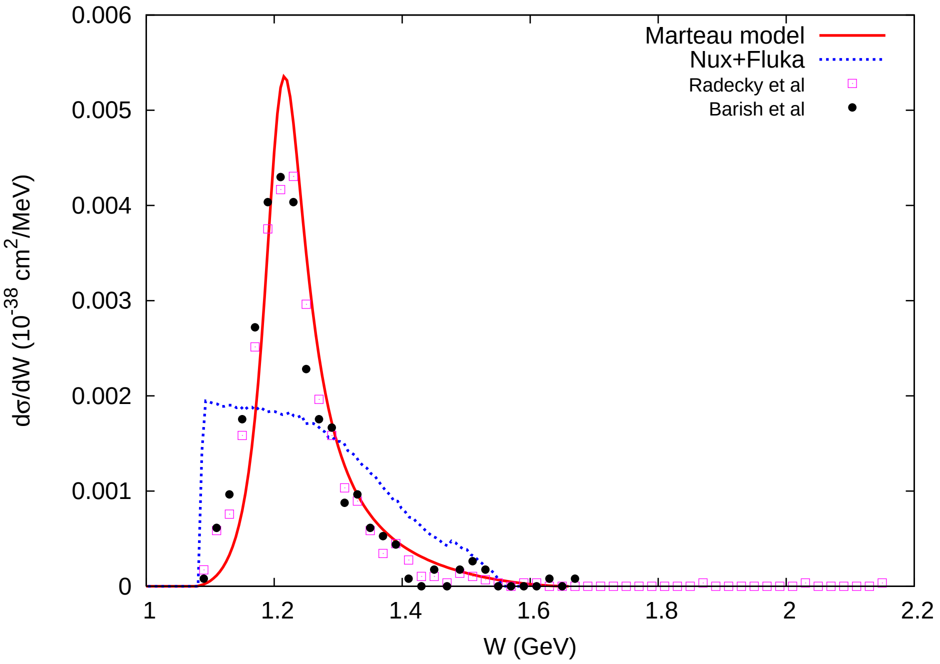
Rysunek 4.35: Całkowity przekrój czynny na produkcję pojedynczego π^+ na swobodnym protonie. Dane doświadczalne wzięte z [B79, R82, K86].

modelu Marteau użyto rozkładu kwadratowego z ostrym cięciem dla $k_F = 225\ MeV$, a dla generatora zdarzeń Nux+Fluka rozkład jest gładki, z powodu wprowadzonej lokalnej gęstości [BFR02].

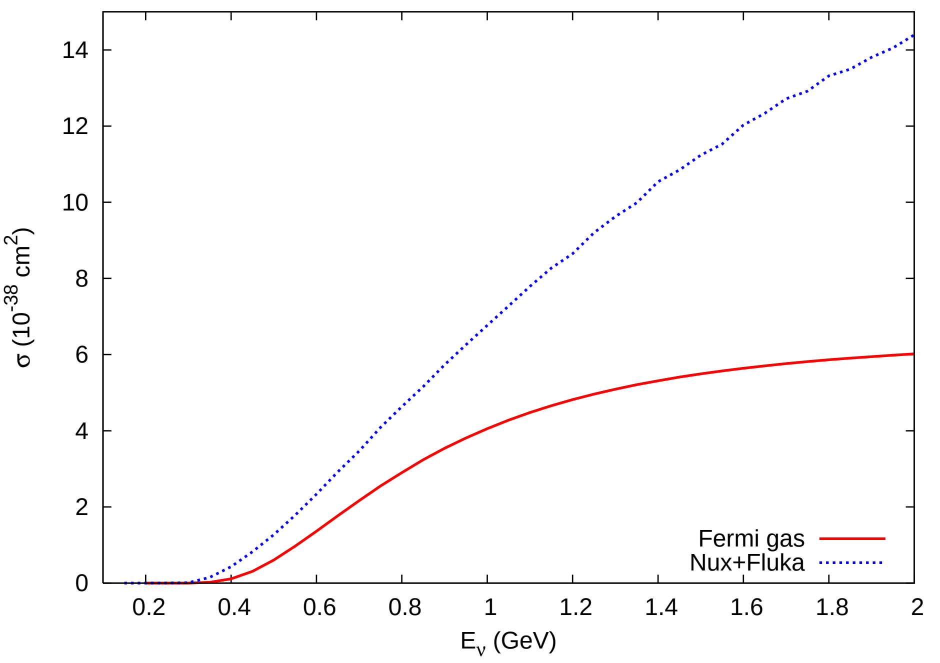
Wykresy na rysunku 4.34 otrzymano analizując cząstki obserwowane w stanie końcowym. To oznacza, że dla zdarzenia wygenerowanego w Nux+Fluka jako kwazielastyczne w stanie końcowym, wierzchołek pierwotny może być albo kwazielastyczny albo produkcją pojedynczego pionu. Zaniedbano mały wkład od innych wierzchołków pierwotnych, ponieważ nie są one zawarte w poprawkach RPA modelu Marteau. Porównanie wykresów na rysunkach 4.33 i 4.34 prowadzi do wniosku, że efekty jądrowe zwiększają przekrój czynny. Zwiększenie przekroju czynnego w przypadku generatora Nux+Fluka spowodowane jest dodatkowym wkładem od zdarzeń z zaabsorbowanym w wyniku reinterakcji pionem . Dla modelu Marteau przekrój czynny jest większy z powodu uwzględnienia bezpionowego rozpadu rezonansu Δ. Ciekawe jest, że dwa wkłady są podobne co do rzędu wielkości.

Różnice między poprawkami w obu modelach rosną z energią neutrina, osiągając około 30% dla energii neutrin 2GeV: przekrój czynny otrzymany przez generator Nux+Fluka jest większy niż obliczony w modelu Marteau.

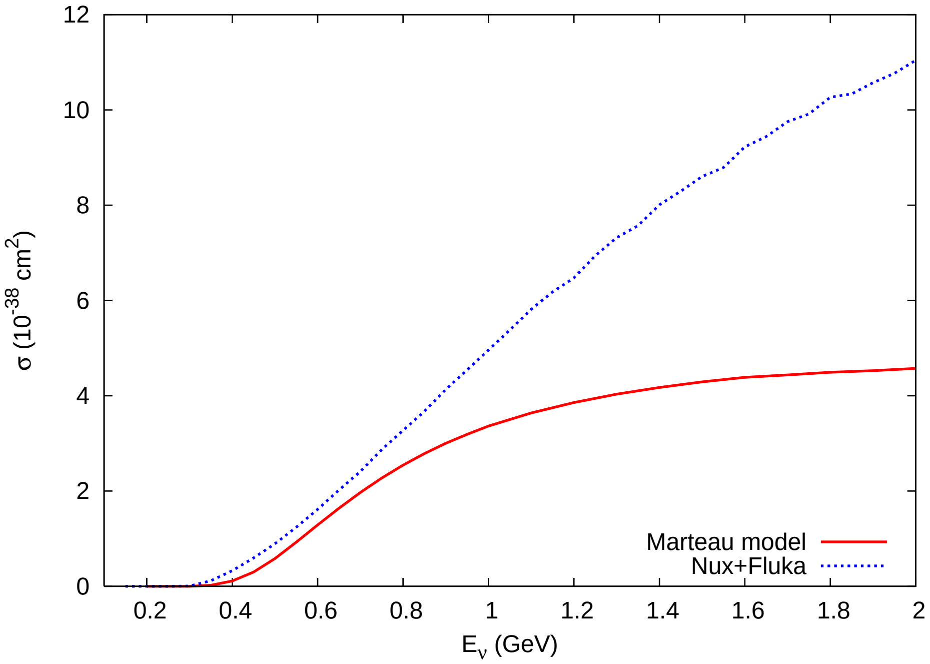
Przewidywania dla produkcji pojedynczych pionów na swobodnym nukleonie są porównane głównie dla kanału $\nu p \to \mu^- p \pi^+$. W tym kanale większość pionów jest produkowana przez wzbudzenie Δ^{++} [B79, R82]. W przypadku kanałów $\nu n \to \mu^- n \pi^+$ i $\nu n \to \mu^- p \pi^0$



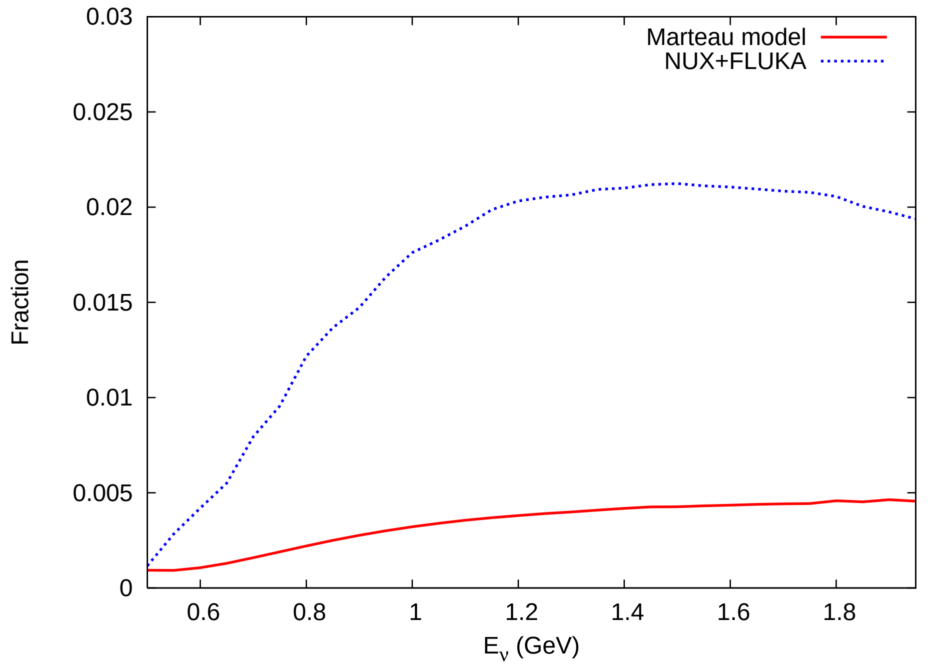
Rysunek 4.36: Rozkład zdarzeń w masie niezmienniczej dla produkcji pojedynczych π^+ na swobodnych protonach.



Rysunek 4.37: Całkowity przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów na ^{16}O bez reinterakcji w jądrze.



Rysunek 4.38: Całkowity przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów w stanie końcowym.



Rysunek 4.39: Frakcja pionów produkowanych z kwazielastycznego wierzchołka pierwotnego w wyniku reinterakcji w jądrze.

dynamika jest bardziej skomplikowana.

Na rysunku 4.35 porównano z danymi doświadczalnymi całkowite przekroje czynne przewidywane przez oba modele. Chociaż krzywe z grubsza zgadzają się z wynikami w pracy Barish [B79], to punkty pomiarowe z [R82] wydają się faworyzować model Marteau.

Na rysunku 4.36 podobne porównanie jest wykonane dla rozkładu hadronowej masy niezmienniczej. Dla obu modeli wyniki oddziaływania neutrina o energii 1 GeV porównano z danymi z [B79, R82], gdzie większość zdarzeń pochodzi od neutrin o energii około 1 GeV. Aby porównać tylko kształty rozkładów, wszystkie wykresy były unormowane do przekroju czynnego w modelu Marteau dla energii neutrina 1 GeV. Kształt otrzymany w modelu Marteau zgadza się dobrze z punktami pomiarowymi, co potwierdza hipotezę, że zdecydowana większość pionów pochodzi z rozpadu Δ^{++}. Niezgodność między kształtem otrzymanym z generatora zdarzeń Nux+Fluka i punktami doświadczalnymi nie jest zaskakująca, ponieważ wiadomo, że NUX nie zawiera w ogóle wkładu rezonansowego.

Na dwóch następnych rysunkach (4.37, 4.38) przedstawiono całkowity przekrój czynny na produkcję pojedynczych pionów na jądrze tlenu. Wkłady od wszystkich trzech kanałów produkcji pojedynczych pionów zostały dodane, ponieważ w modelu Marteau są one ze sobą na sztywno związane izospinowymi relacjami Clebscha-Gordana i nie ma sensu testować ich osobno. Na rysunku 4.37 dla generatora Nux+Fluka zdarzenia sklasyfikowano na podstawie cząstek opuszczających wierzchołek pierwotny. Mamy znaczącą niezgodność między krzywymi: przekrój czynny przewidywany przez Nux+Fluka jest o wiele większy niż otrzymany z modelu Marteau.

Dla energii neutrina 2 GeV różnią jest już o czynnik 2 i widać, że w modelu Marteau przekrój czynny wysyca się dla dużo niższej energii. Dwa główne powody tej rozbieżności są następujące:

i. w modelu Marteau piony są produkowane tylko przez wzbudzenie Δ z pominięciem innych wkładów (nierezonansowe, wyższe rezonanse), a zatem przekrój czynny jest niedoszacowana,

ii. jak pokazano w [Z02] przewidywania Nux+Fluka w kanałach $\nu n \to \mu^- n \pi^+$ i $\nu n \to \mu^- p \pi^0$ są znacząco przeszacowane.

Na rysunku 4.39 pokazano przewidywania obu modeli co do ilości zdarzeń z produkcją pojedynczych pionów powstałych w wyniku reinterakcji z pierwotnego kwazielastycznego wierzchołka. Wkład od tych zdarzeń dla generatora Nux+Fluka jest czterokrotnie większy niż obliczony w modelu Marteau.

Rozdział 5.

Podsumowanie

W rozprawie doktorskiej omówiłem generator oddziaływań neutrin z nukleonami i jądrami atomowymi. Generator opisuje oddziaływania neutrin w szerokim obszarze energii, ale główny nacisk jest położony na energię rzędu kilku GeV. Generator zawiera kanały oddziaływania zarówno przez prąd naładowany i neutralny. Przekrój czynny w generatorze jest sumą wkładów od kanałów (kwazi)elastycznego, produkcji jednopionowej i procesów bardziej nieelastycznych. Wyniki zawarte w rozprawie były przedstawione w [JNS05, NJS05, SNG05, JNS06, N06, NS06a, NS06b].

Kwazielastyczne rozpraszanie neutrin na swobodnych nukleonach jest opisane za pomocą form faktorów BBBA05. Inne zestawy form faktorów są umieszczone w generatorze, ale służą jedynie do porównań. Wkład od dziwnych form faktorów w rozpraszaniu elastycznym (NC) opisano za pomocą parametryzacji [GLW93]. Zastosowanie powyższych rozwiązań prowadzi do poprawnego opisu przekrojów czynnych.

W przypadku oddziaływania kwazielastycznego, przedstawiłem także wpływ efektów jądrowych na przekroje czynne, całkowity i różniczkowe. Efekty jądrowe opisałem za pomocą modelu gazu Fermiego z globalnym pędem Fermiego i energią wiązania, za pomocą modelu LDA, gdzie gęstość materii jądrowej w jądrze zmienia się ze zmianą odległości od środka jądra. Kolejnym krokiem było zastosowanie modelu z potencjałem jądrowym, który zależy od pędu oddziałującego nukleonu i miejsca oddziaływania w jądrze (lokalny pęd Fermiego). Analiza wyników symulacji nasuwa wniosek, że pomimo dobrego opisu całkowitego przekroju czynnego za pomocą modelu gazu Fermiego, dopiero wprowadzenia LDA i efektywnego potencjału pozwala na poprawny opis tak ważnej obserwowanej wielkości jak spektrum wybitych protonów.

Dla produkcji pojedynczych pionów przedstawiłem nowy model łączący produkcje kanałów jednopionowych przez wzbudzenie rezonansu Δ z ekskluzywnymi kanałami produkcji pionów w ramach DIS. Przewidywania zastosowanego modelu zgadzają się z wynikami otrzymanymi w doświadczeniu z BNL. Wyniki jakie otrzymałem potwierdzają hipotezę, że poza Δ inne rezonanse można opisać za pomocą uśrednionych funkcji struktury z formalizmu głęboko nieelastycznego.

Do produkcji stanów końcowych w ramach DIS niezbędne było stworzenie procedury opartej na modelu fragmentacji struny LUND i jego implementacji w generatorze PYTHIA6. Podstawą modelu fragmentacji jest wybór kwarku oddziałującego z neutrinem. Kwark ten jest wybierany z prawdopodobieństwem, określonym przez jego wkład do przekroju całkowitego w danym punkcie obszaru kinematycznego. Po oddziaływaniu z powstałego kwarku i dikwarku powstaje struna, która po fragmentacji daje hadronowe stany końcowe. W przypadku, kiedy powstaje lub oddziałuje kwark dziwny pierwszy krok fragmentacji wykonywany jest przed procedurą wywołującą generator PYTHIA.

Korzystając z możliwości zmiany kilku parametrów generatora PYTHIA, starałem się uzyskać jak najlepszą zgodność wyników symulacji z doświadczalnie mierzoną krotnością cząstek naładowanych. Przedstawiłem wyniki symulacji średniej krotności produkowanych cząstek: naładowanych hadronów, pionów i cząstki ρ, cząstek dziwnych oraz szereg kanałów produkcji 2 oraz 3 pionów.

Pokazałem również wyniki symulacji innego generatora NUX+FLUKA w porównaniu z modelem Marteau, opisującym oddziaływania kwazielastyczne i wzbudzenie rezonansu Δ.

Podsumowując mogę stwierdzić, że postawione zadania: skonstruowanie generatora opisującego oddziaływanie neutrin w obszarze rezonansowym i opis efektów jądrowych, zostały na podstawowym poziomie zrealizowane. Szczególnie interesujący okazał się algorytm, który napisałem do generacji stanów końcowych w nieelastycznych rozpraszaniach. Pomimo, że aktualnie jest on głęboko osadzony i połączony z generatorem PYTHIA6, to nic nie stoi na przeszkodzie, aby ten algorytm został sprzęgnięty z innymi generatorami fragmentacji. Na przykład możliwe jest skorzystanie z generatora fragmentacji dostępnego we FLUCE.

Tworzenie kodu Monte Carlo oddziaływania cząstek elementarnych jest zadaniem, o którym trudno powiedzieć, że jest do końca zrealizowane. tak jest i z moim programem. Jest oczywiste, że można (i trzeba) wprowadzić do niego wiele ulepszeń. Problem polega na tym, iż jest to przedsięwzięcie bardzo czasochłonne.

Jeżeli będę mógł kontynuować pracę nad generatorem, to w moim przekonaniu najważniejsze ulepszenia powinny polegać na:

i. dopasowaniu parametrów PYTHIA6, tak aby zgodność przewidywań co do krotności cząstek w większym stopniu zgadzały się z danymi,

ii. uwzględnieniu kaskady wewnątrzjądrowej,

iii. dodaniu koherentnej produkcji pionów.

Dodatek A.

Manual

Wrocławski generator Monte Carlo oddziaływań neutrin jest programem napisanym w języku C++. Generator składa się z kilku zbiorów bibliotek podzielonych na oddziaływanie kwazielastyczne i elastyczne i na oddziaływanie nieelastyczne. Program jest połączony z systemem ROOT oraz z generatorem PYTHIA6. Ponieważ generator PYTHIA jest napisany w FORTRAN-ie skorzystałem z interfejsu dostępnego w systemie ROOT.

Generator działa w środowisku systemu Linux. Generator będzie działał po skompilowaniu w każdej dystrybucji Linuksa z kompilatorem GNU g++ i g77. W trakcie konstruowania i pracy z generatorem najczęściej korzystałem z dystrybucji Mandrake, a następnie Mandriva dla procesorów Athlon64.

A.1 Instalacja

Do działania generatora niezbędne jest zainstalowanie pakietów PYTHIA6 i ROOT oraz zbioru bibliotek cernowskich. Podczas instalacji bardzo ważne jest, aby zachować podaną kolejność

i. Biblioteki cernowskie

ii. PYTHIA6

iii. ROOT

Biblioteki cernowskie

Zestaw bibliotek cernowskich zazwyczaj nie wymaga kompilacji. Skompilowane pliki binarne pod wymaganą platformę można ściągnąć ze strony www.cern.ch/cenrlib. Po ściągnięciu i rozpakowaniu należy ustawić środowisko:

shell$ export CERNLIB=/katalog/glowny/cernlib/lib
shell$ export CERNPATH=/katalog/glowny/cernlib/lib

Aby ustawić na stałe zmiany w srodowisku powyższe komendy trzeba wpisać w pliku ./bashrc.

PYTHIA

Generator korzysta z kodu PYTHIA6. Nie należy używać wersji PYTHIA dostępnych w zbiorze bibliotek CERN-owskich CERNLIB.
Kod PYTHIA6 najlepiej ściągnąć ze strony: http://www.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html.
Interfejs ROOT/PYTHIA do języka C++ ściągamy z zasobów CERN-u: ftp://root.cern.ch/root/pythia6.tar.gz

Instalacja przebiega w kilku krokach: kod do biblioteki libPythia6.so i PYTHIA6 ściągamy z powyższego linku. Po ściągnięciu w terminalu wykonujemy kolejno polecenia
shell $ export PYTHIA6=/pelna/sciezka/gdzie/instalujemy/libPythia6
shell $ mv pythia6.tar.gz $PYTHIA6
shell $ cd $PYTHIA6
shell $ gunzip < pythia6.tar.gz | tar xvf -

Można zamienić plik pythia*.f ostatnią wersją generatora PYTHIA6 z oficjalnej strony. Trzeba jednak pamiętać, żeby z pliku pythia*.f usunąć funkcje PDFSET, STRUCTM, STRUCTP. Jest to niezbędne w przypadku polinkowanych bibliotek CERN-owskich, kiedy funkcje PDFLIB mogą być błędnie wywoływane. Teraz kompilujemy źródła
shell $ ./makePythia6.linux
Jeżeli zaistnieje problem z wykonaniem powyższego polecenia, trzeba zmienić prawa dostępu
shell $ chmod +x makePythia6.linux
Jeżeli pojawi się komunikat *libEGPythia6.so: undefined reference to pythia6_common_address*, to oznacza że wersje ROOT-a i libPythia6 nie są kompatybilne.

ROOT

Pliki źródłowe pakietu ROOT należy ściągnąć ze strony http://root.cern.ch. Następnie ustawić środowisko
shell $ export ROOTSYS=/sciezka/do/glownego/katalogu/roota
shell $ export PATH=$PATH:$ROOTSYS/bin
shell $ export LD_LIBRARY_PATH=$LD_LIBRARY_PATH:$ROOTSYS/lib
shell $ ./configure linux –enable-mysql –enable-cern –enable-pythia6
–enable-rfio –enable-shared –enable-xml –enable-thread –enable-soversion

–with-cern-libdir=$CERNLIB
–with-pythia6-libdir=$PYTHIA6

Zamiast wpisywać ostatnie polecenie, można w pliku konfiguracyjnym ./configure włączyć instalację z generatorem PYTHIA6. Po dokonaniu zmian w pliku wykonujemy
shell $./configure
i ostatecznie
shell $ make

Ostatnia komenda spowoduje skompilowanie i polinkowanie całego systemu ROOT. Ten krok instalacji jest czasochłonny. Na średniej klasy komputerze PC trwa około 1 godziny.

Kompilacja generatora

Po instalacji powyższych elementów pozostaje jedynie instalacja generatora Monte Carlo. W tym celu w katalogu, do którego generator został rozpakowany, wykonujemy następujące polecenia:
shell $ make clean
shell $ makedepend
shell $ make

Powstanie między innymi plik wykonywalny ./event1main, który służy do uruchamiania generatora.

A.2 Parametry i uruchamianie generatora

Aby korzystać z generatora wystarczy jego jednokrotne skompilowanie. Plik wykonywalny to **./event1main**, a wszystkie parametry wejściowe potrzebne do symulacji są czytane z pliku tekstowego *params.txt*. W pliku można ustawić szereg parametrów

number_of_events Liczba zdarzeń jaka po wygenerowaniu zostanie zapisana do pliku.

number_of_test_events Liczba zdarzeń jaka będzie użyta do wyznaczenia stosunku przekrojów czynnych (zdarzenia nie są zapisywane do pliku).

beam_energy Energia neutrin. Energia może być ściśle określona lub może być wiązką energetyczna.

- beam_energy = E_ν - wiązka monoenergetyczna

- beam_energy = E_{min} E_{max} val_1 val_2 ... val_n. E_{min} i E_{max} sa wartościami minimalna i maksymalna wiązki energetycznej, a val_i, $i = 1, 2, ..., n$ sa wartościami wiązki w równych przedziałach od energii minimalnej do maksymalnej. Stosunek kolejnych przedziałów energii jest obliczany automatycznie.

beam_particle Rodzaj oddziałującego neutrina według numeracji PDF.

- = 12 neutrino elektronowe
- = -12 antyneutrino elektronowe
- = 14 neutrino mionowe
- = -14 antyneutrino mionowe
- = 16 neutrino taonowe
- = -16 antyneutrino taonowe

beam_direction Kierunek wiązki (x,y,z). Domyślnie **beam_direction = 0 0 1**

target_p Liczba protonów w jądrze.

target_n Liczba neutronów w jądrze.

target_density Gęstość tarczy. Wartości 1 dla stałej gęstości.

target_kf Wartości pędu Fermiego (MeV).

target_E_b Energia wiązania (MeV).

target_local_kf = 1 lokalna gęstość. Profil gęstości jest rozpoznawany dla trzech zestawów protonów i neutronów w jądrze charakterystycznych dla jąder tlenu, argonu i żelaza.

proc_qel_nc = 1 proces rozpraszania elastycznego uwzględniony w symulacji

proc_qel_cc = 1 proces rozpraszania kwazielastycznego uwzględniony w symulacji

proc_qel = 1 proces rozpraszania elastycznego i kwazielastycznego uwzględniony w symulacji

proc_qel_dis = 1 proces nieelastycznego rozpraszania uwzględniony w symulacji.

qel_cc_axial_mass Wartość masy aksjalnej dla oddziaływania przez prąd naładowany.

qel_nc_axial_mass Wartość masy aksjalnej dla oddziaływania przez prąd neutralny.

qel_kinematics Kinematyka dla procesów kwazielastycznych.

- = 0 kinematyka relatywistyczna
- = 3 kinematyka z potencjałem zależnym od pędu
- = 4 kinematyka z potencjałem zależnym od pędu z dostosowaniem energii wychodzącego nukleonu.

pauli_blocking = 1 włączony zakaz Pauliego wykluczający procesy, dla których końcowy nukleon ma pęd mniejszy od pędu Fermiego.

Dodatek B.

GRV94

Zestaw funkcji rozkładu partonów jest wyrażony przez następujące formuły, wzięte z [GRV95]

$$s = \ln\left(\frac{\ln Q^2/a^2}{\ln \mu^2/a^2}\right), \tag{B.1}$$

gdzie $a = 0.232GeV$, a $\mu^2 = 0.23GeV^2$. Dla $Q^2 < 0.23GeV^2$ $s = 0$.

Funkcje rozkładu partonów w dla protonu w zbiorze GRV94 LO

$$xu_{val} = Nx^a\left\{1 + Ax^b + x\left(B + C\sqrt{x}\right)\right\}(1-x)^D \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
a &= 0.59 - 0.024 \cdot s && \text{(B.3)}\\
b &= 0.131 + 0.063 \cdot s && \text{(B.4)}\\
N &= 2.284 + 0.802 \cdot s + 0.055 \cdot s^2 && \text{(B.5)}\\
A &= -0.449 - 0.138 \cdot s - 0.076 \cdot s^2 && \text{(B.6)}\\
B &= 0.213 + 2.669 \cdot s - 0.728 \cdot s^2 && \text{(B.7)}\\
C &= 8.854 - 9.135 \cdot s + 1.979 \cdot s^2 && \text{(B.8)}\\
D &= 2.997 + 0.753 \cdot s - 0.076 \cdot s^2 && \text{(B.9)}
\end{aligned}$$

$$xd_{val} = Nx^a\left\{1 + Ax^b + x\left(B + C\sqrt{x}\right)\right\}(1-x)^D \tag{B.10}$$

$$\begin{aligned}
a &= 0.376 && \text{(B.11)}\\
b &= 0.486 + 0.062 \cdot s && \text{(B.12)}\\
N &= 0.371 + 0.083 \cdot s + 0.039 \cdot s^2 && \text{(B.13)}\\
A &= -0.509 + 3.31 \cdot s - 1.248 \cdot s^2 && \text{(B.14)}\\
B &= 12.41 - 10.52 \cdot s + 2.267 \cdot s^2 && \text{(B.15)}\\
C &= 6.373 - 6.208 \cdot s + 1.418 \cdot s^2 && \text{(B.16)}\\
D &= 3.691 + 0.799 \cdot s - 0.071 \cdot s^2 && \text{(B.17)}
\end{aligned}$$

$$xd_{el} = Nx^a \left\{1 + Ax^b + x\left(B + C\sqrt{x}\right)\right\}(1-x)^D \tag{B.18}$$

$$a = 0.409 - 0.005 \cdot s \tag{B.19}$$
$$b = 0.799 + 0.071 \cdot s \tag{B.20}$$
$$N = 0.082 + 0.014 \cdot s + 0.008 \cdot s^2 \tag{B.21}$$
$$A = -38.07 + 36.13 \cdot s - 0.656 \cdot s^2 \tag{B.22}$$
$$B = 90.31 - 74.15 \cdot s + 7.645 \cdot s^2 \tag{B.23}$$
$$C = 0 \tag{B.24}$$
$$D = 7.486 + 1.217 \cdot s - 0.159 \cdot s^2 \tag{B.25}$$

Rozkład kwarku dziwnego

$$xs_b = \frac{s^\alpha}{\ln^a(1/x)}\left(1 + A\sqrt{x} + Bx\right)(1-x)^D e^{-E+\left(E' s^\beta \ln 1/x\right)^{1/2}} \tag{B.26}$$

$$\alpha = 0.914 \tag{B.27}$$
$$\beta = 0.577 \tag{B.28}$$
$$a = 1.798 - 0.596 \cdot s \tag{B.29}$$
$$A = -5.548 + 3.669\sqrt{s} - 0.616 \cdot s \tag{B.30}$$
$$B = 18.92 - 16.73\sqrt{s} + 5.168 \cdot s \tag{B.31}$$
$$D = 6.379 - 0.35 \cdot s + 0.142 \cdot s^2 \tag{B.32}$$
$$E = 3.981 + 1.638 \cdot s \tag{B.33}$$
$$E' = 6.402 \tag{B.34}$$

$$xu_{db} = \left\{x^a\left(A + Bx + Cx^2\right)\ln^b(1/x) + s^\alpha e^{-E+\left(E' s^\beta \ln(1/x)\right)^{1/2}}\right\}(1-x)^D; \tag{B.35}$$

$$\alpha = 1.451 \tag{B.36}$$
$$\beta = 0.271 \tag{B.37}$$
$$a = 0.41 - 0.232 \cdot s \tag{B.38}$$
$$b = 0.534 - 0.457 \cdot s \tag{B.39}$$
$$A = 0.89 - 0.14 \cdot s \tag{B.40}$$
$$B = -0.981 \tag{B.41}$$
$$C = 0.32 + 0.683 \cdot s \tag{B.42}$$

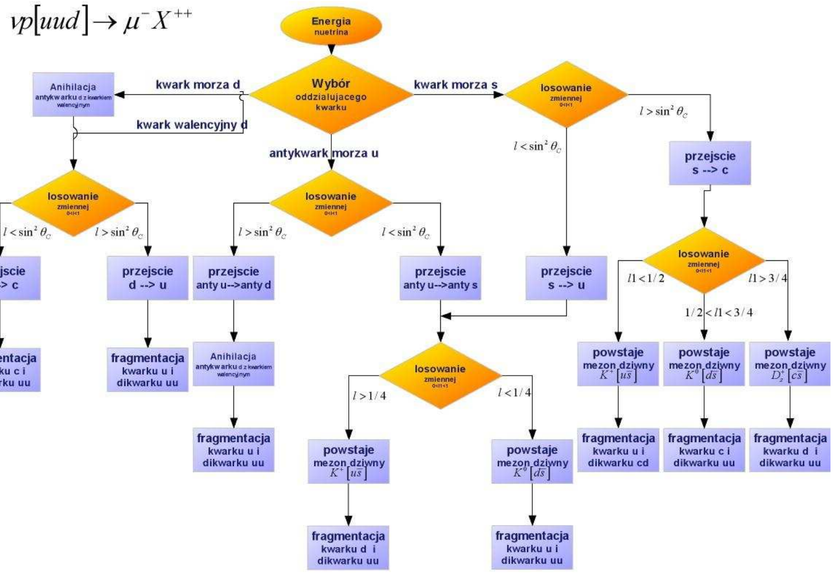
$$
\begin{aligned}
D &= 4.752 + 1.164 \cdot s + 0.286 \cdot s2 && \text{(B.43)}\\
E &= 4.119 + 1.713 \cdot s && \text{(B.44)}\\
E' &= 0.682 + 2.978 \cdot s && \text{(B.45)}
\end{aligned}
$$

$$x\bar{d} = (u_{db} + d_{el})/2 \tag{B.46}$$

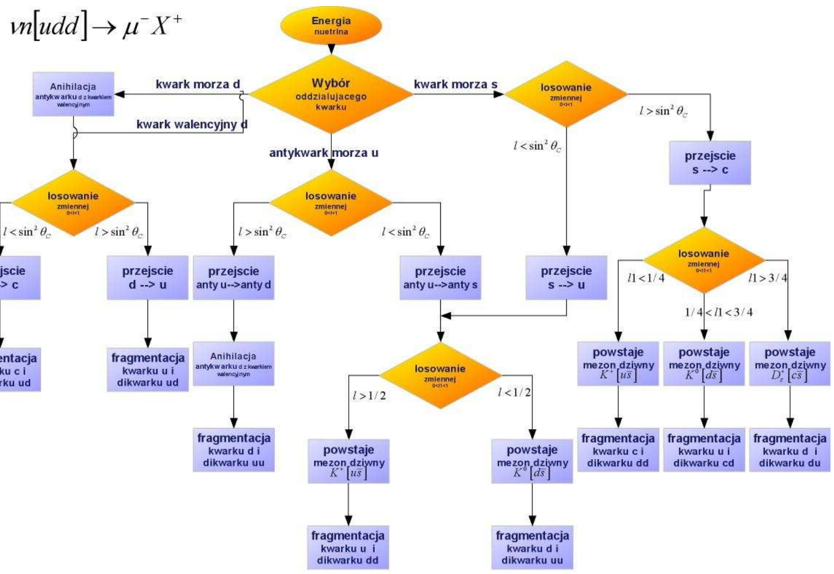
$$x\bar{u} = (u_{db} - d_{el})/2 \tag{B.47}$$

Dodatek C.

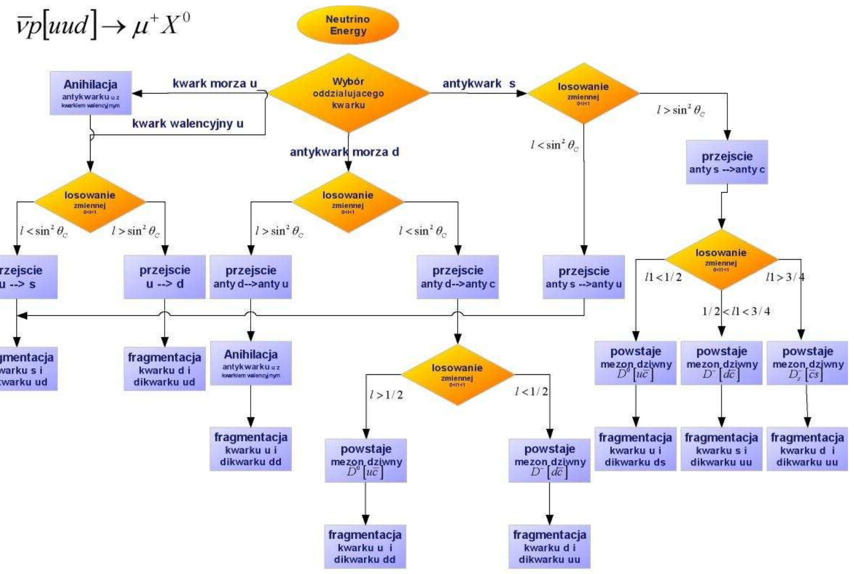
Diagramy blokowe algorytmu fragmentacji



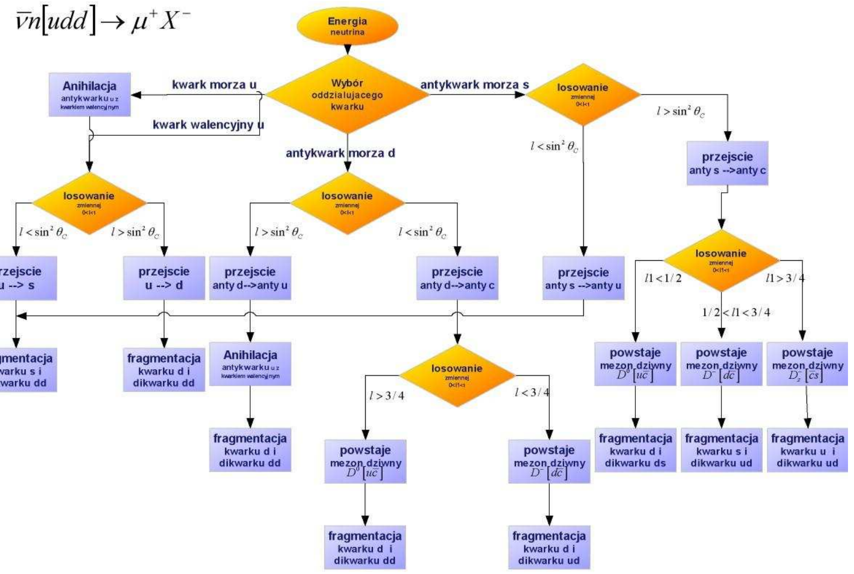
Rysunek C.1: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\nu p \to \mu^- X^-$. Oddziaływanie zachodzi na kwaku d i antykwarkach $\bar{u}$ i s z morza kwarków. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje kaon K^+, K^0 lub mezon powabny D^+.



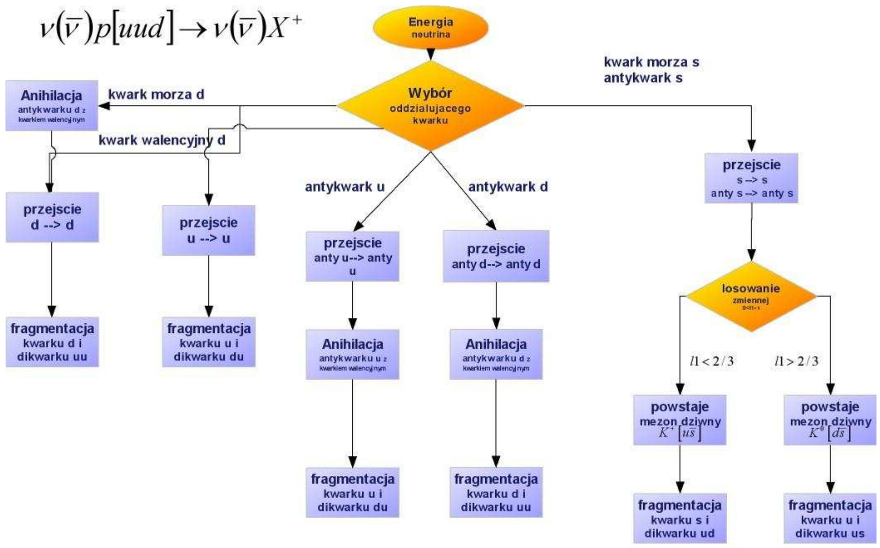
Rysunek C.2: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\nu p \to \mu^- X^-$. Oddziaływanie zachodzi na kwaku d i antykwarkach $\bar{u}$ i s z morza kwarków. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje kaon K^+, K^0 lub mezon powabny D^+.



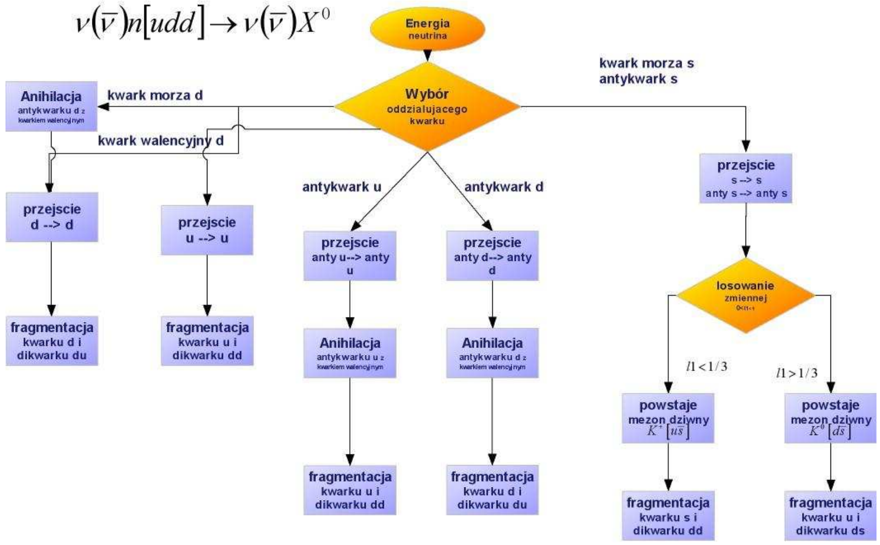
Rysunek C.3: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\bar{\nu}p \to \mu^+ X^0$. Oddziaływanie zachodzi na kwaku u i antykwarkach $\bar{d}$ i $\bar{s}$. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje mezon powabny D^0, D^- lub D_s^-



Rysunek C.4: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\bar{\nu}n \to \mu^+ X^-$. Oddziaływanie zachodzi na kwaku u i antykwarkach $\bar{d}$ i $\bar{s}$. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje mezon powabny D^0, D^- lub D_s^-.



Rysunek C.5: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\nu p \to \nu X^+$ i $\bar{\nu} p \to \bar{\nu} X^+$. Oddziaływanie zachodzi na kwakach walencyjnych u i d oraz na kwarkach i antykwarkach morza. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje kaon K^+, K^0.



Rysunek C.6: Algorytm wyboru partonów do fragmentacji dla procesu $\nu n \to \nu X^0$ i $\bar{\nu} n \to \bar{\nu} X^0$. Oddziaływanie zachodzi na kwakach walencyjnych u i d oraz na kwarkach i antykwarkach morza. W kilku przypadkach pierwszy krok fragmentacji jest wykonany i powstaje kaon K^+, K^0.

Bibliografia

[A01] S. H. Ahn *et al.* [K2K Collaboration], Phys. Lett. B **511** (2001) 178.

[A05] A. M. Ankowski, Acta Phys. Polon. B **37** (2005) 377.

[A80] P. Allen *et al.* [Aachen-Bonn-CERN-Munich-Oxford Collaboration], Nucl. Phys. B **176** (1980) 269.

[ANA81] D. Ashery, I. Navon, G. Azuelos, H. K. Walter, H. J. Pfeiffer and F. W. Schleputz, Phys. Rev. C **23** (1981) 2173.

[A87] L. A. Ahrens *et al.*, Phys. Rev. D **35** (1987) 785.

[ABB97] W. M. Alberico *et al.*, Nucl. Phys. A **623** (1997) 471.

[ABC02] W. M. Alberico, S. M. Bilenky and C. Maieron, Phys. Rept. **358** (2002) 227.

[ACL99] J. E. Amaro, G. Co and A. M. Lallena, *Mean field description of electron induced quasi-elastic excitation in nuclei*, arXiv:nucl-th/9902072.

[ADK85] Y. I. Azimov, Y. L. Dokshitzer, V. A. Khoze and S. I. Troian, Z. Phys. C **27** (1985) 65.

[AJ75] C. H. Albright and C. Jarlskog, Nucl. Phys. B **84** (1975) 467.

[AS73] P. A. Schreiner, F. von Hippel, Nucl. Phys. B**58**, (1973) 333.

[ASV98] L. Alvarez-Ruso, S. K. Singh and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. C **57** (1998) 2693.

[AOS00] L. Alvarez-Ruso, E. Oset, S. K. Singh and M. J. Vicente-Vacas, Nucl. Phys. A **663** (2000) 837.

[B68] W. Bartel *et al.*, Phys. Lett. B **28** (1968) 148.

[B69] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **179** (1969) 1547.

[B71] W. Bartel *et al.*, Phys. Lett. B **35** (1971) 181.

[B77] S. J. Barish *et al.*, Phys. Rev. D **16** (1977) 3103.

[B79] S.J. Barish et al., Phys. Rev. **D19** (1979) 2521.

[B81] N. J. Baker *et al.*, Phys. Rev. D **23** (1981) 2499.

[B82] S. Barlag *et al.* [Amsterdam-Bologna-Padua-Pisa-Saclay-Turin Collaboration], Z. Phys. C **11** (1982) 283 [Erratum-ibid. C **14** (1982) 281].

[BBA03] H. Budd, A. Bodek and J. Arrington, *Modeling quasi-elastic form factors for electron and neutrino scattering*, arXiv:hep-ex/0308005.

[BBBA05] R. Bradford, A. Bodek, H. Budd and J. Arrington, *A new parameterization of the nucleon elastic form factors*, arXiv:hep-ex/0602017.

[BCD01] C. Bleve, G. Co, I. De Mitri, P. Bernardini, G. Mancarella, D. Martello and A. Surdo, Astropart. Phys. **16** (2001) 145.

[BD77] F. A. Brieva and A. Dellafiore, Nucl. Phys. A **292** (1977) 445.

[BEM02] V. Bernard, L. Elouadrhiri and U. G. Meissner, J. Phys. G **28** (2002) R1.

[BFF94] O. Benhar, A. Fabrocini, S. Fantoni and I. Sick, Nucl. Phys. A **579** (1994) 493.

[BFR02] G. Battistoni, A. Ferrari, A. Rubbia, P. Sala, *The FLUKA nuclear cascade applied to neutrino interactions*, http://nuint.ps.uci.edu/

[BP03] J. F. Beacom and S. Palomares-Ruiz, Phys. Rev. D **67** (2003) 093001.

[BR77] F.A. Brieva and J.R. Rook, Nucl. Phys. **A291** (1977) 299.

[BR81] A. Bodek and J. L. Ritchie,Phys. Rev. D **23** (1981) 1070.

[BY02] A. Bodek and U. K. Yang, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 70.

[C02] D. Casper, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 161.

[CBD02] G. Co', C. Bleve, I. De Mitri and D. Martello, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 210.

[CHC93] E. D. Cooper, S. Hama, B. C. Clark and R. L. Mercer, Phys. Rev. C **47** (1993) 297.

[CKL05] F. Cavanna, C. Keppel, P. Lipari, M. Sakuda (eds.), Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005)

[D73] E. Derman, Phys. Rev. D **7** (1973) 2755.

[DF83] T. De Forest, Nucl. Phys. A **392** (1983) 232.

[EKL93] J. Engel, E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, Phys. Rev. D **48** (1993) 3048.

[EMB99] M. Effenberger, E. L. Bratkovskaya and U. Mosel, Phys. Rev. C **60** (1999) 044614.

[EMC84] M. Arneodo *et al.* [European Muon Collaboration], Phys. Lett. B **145** (1984) 156.

[F69] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 1415.

[FF78] R. D. Field and R. P. Feynman, Nucl. Phys. B **136** (1978) 1.

[FKT91] J. I. Friedman, H. W. Kendall and R. E. Taylor, Rev. Mod. Phys. **63** (1991) 629.

[FN79] G. L. Fogli and G. Nardulli, Nucl. Phys. B **160** (1979) 116.

[FN80] G. L. Fogli and G. Nardulli, Nucl. Phys. B **165** (1980) 162.

[FW82] A. L. Fetter, J. D. Walecka, *Kwantowa teoria układów wielu cząstek*, PWN, Warszawa, 1982

[G05] R. Gran [K2K Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 54.

[G06] R. Gran *et al.* [K2K Collaboration], *Measurement of the quasi-elastic axial vector mass in neutrino-oxygen interactions*, arXiv:hep-ex/0603034.

[G72] S. Galster *et al.*, Phys. Rev. D **5** (1972) 519.

[G83] H. Grassler *et al.* [Aachen-Birmingham-Bonn-CERN-London-Munich-Oxford Collaboration], Nucl. Phys. B **223** (1983) 269.

[G98] P. Geiger, Measurement of Fragmentation Functions at HETMES, doktorat, promotor: Otto Nachtmann

[GLW93] G. T. Garvey, W. C. Louis and D. H. White, Phys. Rev. C **48** (1993) 761.

[GRV95] M. Gluck, E. Reya and A. Vogt, Z. Phys. C **67** (1995) 433.

[GRV98] M. Gluck, E. Reya and A. Vogt, Eur. Phys. J. C **5** (1998) 461.

[H] E. Hoffman, *Multiplicity in NC νp $\bar{\nu} p$ scattering*, doktorat

[HKM93] C. J. Horowitz, H. c. Kim, D. P. Murdock and S. Pollock, Phys. Rev. C **48** (1993) 3078.

[HHM95] T. R. Hemmert, B. R. Holstein and N. C. Mukhopadhyay, Phys. Rev. D **51** (1995) 158.

[IER97] G. Ingelman, A. Edin and J. Rathsman, Comput. Phys. Commun. **101** (1997) 108.

[JNS05] C. Juszczak, J. A. Nowak and J. T. Sobczyk, Eur. Phys. J. C **39** (2005) 195.

[JNS06] C. Juszczak, J. A. Nowak and J. T. Sobczyk, *Simulations from a new neutrino event generator*, arXiv:hep-ph/0512365.

[K04] J. J. Kelly, Phys. Rev. C **70** (2004) 068202.

[K83] T. Kitagaki *et al.*, Phys. Rev. D **28** (1983) 436.

[K86] T. Kitagaki *et al.*, Phys. Rev. D **34** (1986) 2554.

[K90] T. Kitagaki *et al.*, Phys. Rev. D **42** (1990) 1331.

[KAM] K. Eguchi *et al.* [KamLAND Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 021802.

[KHF95] H. c. Kim, C. J. Horowitz and M. R. Frank, Phys. Rev. C **51** (1995) 792.

[KLN05] K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin and V. A. Naumov, *How to sum contributions into the total charged-current neutrino nucleon cross section*, arXiv:hep-ph/0511308.

[KNO72] Z. Koba, H. B. Nielsen and P. Olesen, Nucl. Phys. B **40** (1972) 317.

[KO96] T. S. Kosmas and E. Oset, Phys. Rev. C **53** (1996) 1409.

[KP06] S. A. Kulagin and R. Petti, Nucl. Phys. A **765** (2006) 126.

[KPH95] H. c. Kim, J. Piekarewicz and C. J. Horowitz, Phys. Rev. C **51** (1995) 2739.

[KSH96] H. C. Kim, S. Schramm and C. J. Horowitz, Phys. Rev. C **53** (1996) 2468, 3131

[LAM05] T. Leitner, L. Alvarez-Ruso and U. Mosel, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 395.

[LMZ95] J. Liu, N. C. Mukhopadhyay and L. s. Zhang, Phys. Rev. C **52** (1995) 1630.

[LLS95] P. Lipari, M. Lusignoli and F. Sartogo, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 4384.

[LP05] O. Lalakulich and E. A. Paschos, Phys. Rev. D **71** (2005) 074003

[LP96] E. Leader, E. Predazzi *An Introduction to Gauge Theories and Modern Particle Physics*, Cambrige University Press 1996

[LS03] T. Sato, D. Uno and T. S. H. Lee, Phys. Rev. C **67** (2003) 065201.

[LS72] C. H. Llewellyn Smith, Phys. Rept. **3** (1972) 261.

[M05] S. Manly, Possibilities for an off-axis near. Detector in the NuMi beam; R. Tayloe, Neutrino Physics with a Near Detector on the Fermilab Booster Neutrino Beamline, talks on Nuint02 workshop see http://nuint.ps.uci.edu/

[M69] E. J. Moniz, Phys. Rev. **184** (1969) 1154.

[M92] R. Merenyi *et al.*, Phys. Rev. D **45** (1992) 743.

[M99] J. Marteau, Eur. Phys. J. A **5** (1999) 183; J. Marteau, *De l'effet des interactions nucléaires dans les reactions de neutrinos sur des cibles d'oxygene et de son role dans l'anomalie des neutrinos atmospheriques*, rozprawa doktorska, Lion 1999.

[Mi02] G. A. Miller, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 223.

[Mo02] S. Mohanty, *Treatment of Small Mass Hadronioc Systems in the Lund Model*, http://nuint.ps.uci.edu/

[MDD94] M. J. Musolf, T. W. Donnelly, J. Dubach, S. J. .. Pollock, S. Kowalski and E. J. Beise, Phys. Rept. **239** (1994) 1.

[MDO79] W. M. Macdonald, E. T. Dressler and J. S. O'Connell, Phys. Rev. C **19** (1979) 455.

[MDS90] D. B. Day, J. S. McCarthy, T. W. Donnelly and I. Sick, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **40** (1990) 357.

[ME85] Z. E. Meziani *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 1233.

[MEK05] W. Melnitchouk, R. Ent and C. Keppel, Phys. Rept. **406** (2005) 127.

[MSS02] J.G. Morfin, M. Sakuda, Y. Suzuki (eds), Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002)

[N06] J. A. Nowak, *Neutrino event generator*, zostanie opublikowana w Physica Scripta Topical Issue

[NJS05] J. A. Nowak, C. Juszczak and J. T. Sobczyk, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 272.

[NS06a] J.A. Nowak, J.T. Sobczyk, *Modelling neutrino cross sections in a few GeV energy region*, zostanie opublikowana w Acta Physica Polonica B

[NS06b] J. A. Nowak, J.T. Sobczyk, *Hadron production in Wrocław neutrino event generator*, zostanie opublikowana w Acta Phys. Polon. B

[NM02] T. Nishimura and M. Matsumoto, http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/∼m-mat/MT/emt.html

[NS02] H. Nakamura and R. Seki, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 197.

[OS87] E. Oset and L. L. Salcedo, Nucl. Phys. A **468** (1987) 631.

[OSS85] E. Oset, L. L. Salcedo and D. Strottman, Phys. Lett. B **165** (1985) 13.

[P02] V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 51.

[PDG] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **592** (2004) 1.

[PJS04] E. A. Paschos, J. Y. Yu and M. Sakuda, Phys. Rev. D **69** (2004) 014013.

[PK03] E. A. Paschos and A. V. Kartavtsev, arXiv:hep-ph/0309148.

[PPY00] E. A. Paschos, L. Pasquali and J. Y. Yu, Nucl. Phys. B **588** (2000) 263.

[R01] A. Rubbia, *NUX-neutrino generator (NOMAD/Icarus)*, NuInt01, Tsukuba, Japan, 13-16 Dec 2001

[R82] G. M. Radecky *et al.*, Phys. Rev. D **25** (1982) 1161; [Erratum-ibid. D **26** (1982) 3297].

[RS81] D. Rein and L. M. Sehgal, Annals Phys. **133** (1981) 79.

[S04] J. T. Sobczyk, *Modelling neutrino-nucleus interactions in 1 GeV region*,arXiv:nucl-th/0307047; J. Phys. G **30** (2004) 1163.

[SOM88] L. L. Salcedo, E. Oset, M. J. Vicente-Vacas and C. Garcia-Recio, Nucl. Phys. A **484** (1988) 557.

[SB82] N. Schmitz [Aachen-Bonn-CERN-Munich-Oxford Collaboration], *Recent results on hadron production in a neutrino-hydrogen experiment with BEBC*, MPI-PAE-Exp-El-93.

[SFL01] T. Sjostrand, P. Eden, C. Friberg, L. Lonnblad, G. Miu, S. Mrenna and E. Norrbin, Comput. Phys. Commun. **135** (2001) 238.

[SL] F. Sartogo, doktorat, promotor P. Lipari

[SLM01] T. Sjostrand, L. Lonnblad and S. Mrenna, LU-TP-01-21, arXiv:hep-ph/0108264.

[SM01] E. Schiller and H. Muther, Eur. Phys. J. A **11** (2001) 15

[SM72] R. A. Smith and E. J. Moniz, Nucl. Phys. B **43** (1972) 605; [Erratum-ibid. B **101** (1975) 547].

[SNO] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 011302.

[SNG05] J. T. Sobczyk, J. A. Nowak and K. M. Graczyk, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **139** (2005) 266.

[SO92] S. K. Singh and E. Oset, Nucl. Phys. A **542** (1992) 587.

[SO93] S. K. Singh and E. Oset, Phys. Rev. C **48** (1993) 1246.

[SW86] B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16** (1986) 1.

[VJV87] C. W. De Jager, H. De Vries and C. De Vries, Atom. Data Nucl. Data Tabl. **36** (1987) 495.

[W74] R. R. Whitney, I. Sick, J. R. Ficenec, R. D. Kephart and W. P. Trower, Phys. Rev. C **9** (1974) 2230.

[W99] S. Weinberg, *Teoria pól kwantowych tom 1*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999

[Wa02] C. W. Walter, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 140.

[Wo02] S. A. Woods, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112** (2002) 63.

[WPK88] G.M. Welke, M. Prakash, T.T. S. Kuo, S.D. Gupta, i C. Gale, Phys. Rev. C **38** (1988) 2101.

[Z02] G. P. Zeller, *Comparison of Available Monte Carlos with Data*, talk at NuInt02, Irvine, California; transparencies available at http://nuint.ps.uci.edu.

[Z03] G. P. Zeller, *Low Energy Neutrino Cross Sections: Comparision of Various Monte Carlo Predictions to Experimental Data*, arXiv:hep-ex/0312061.

[Z83] D. Zieminska *et al.*, Phys. Rev. D **27** (1983) 47.